

Анатолій АЩЕУЛОВ¹, Микола ДЕРЕВ'ЯНЧУК²

Україна, м. Чернівці, ¹Інститут термоелектрики НАН і МОН України,

²Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича

ТОПОЛОГІЧНА ТРАНСФОРМАЦІЯ ВИХРОВИХ СТРУМІВ В АНІЗОТРОПНИХ ЕЛЕКТРОПРОВІДНИХ СТРУКТУРАХ

Проведено чисельне моделювання та топологічний аналіз розподілу вихрових електричних струмів в анізотропних електропровідних структурах методом спектрального розкладання у діапазоні значень коефіцієнта анізотропії $K = 0,0067 - 150$. Встановлено, що класичне “руйнування” вихрових структур за екстремальних значень K є наслідком топологічної трансформації — переходу від замкнених еліптичних траєкторій до квазілінійних потоків. Доведено інваріантність механізму відносно реципрокного перетворення $K \rightarrow 1/K$. Запропоновано критерій критичних режимів на основі радіуса кривини вихрових ліній. Отримані результати дозволяють керувати топологією поля та імпедансом для оптимізації джерел живлення, елементів антенних систем спрямованої дії та інших пристроїв на основі анізотропних електропровідних структур.

Ключові слова: електропровідність, анізотропія, вихровий струм, імпеданс, джерела живлення, антенні системи, реципрокність, топологічна трансформація, спектральний метод.

Актуальність вивчення процесів перетворення електромагнітної енергії в анізотропних електропровідних структурах зумовлюється необхідністю вдосконалення елементної бази сучасних електронних комунікацій. Це пов'язано як з глобальними викликами щодо підвищення надійності силових електронних пристроїв та пошуку нових технологічних трендів [1], так і з гострою потребою у вдосконаленні проєктування високоефективних антенних систем, що є критично важливим для стабільного живлення автономних пристроїв у сучасних умовах [2]. Перспективи створення нової елементної бази електроніки відкрилися завдяки ефекту електроомічної трансформації [3]. Одним із найбільш перспективних пристроїв, що ґрунтується на використанні цього явища, можна вважати анізотропний електропровідний трансформатор (АЕТ) [4]. Його застосування в інфокомунікаційних системах дозволяє реалізувати нові підходи до управління потоками електромагнітної енергії, що є критично важливим для оптимізації сучасних засобів електронних комунікацій. Практична реалізація таких перетворювачів енергії базується на використанні особливостей анізотропних електропровідних структур.

Дослідження теплових характеристик АЕТ [5], продемонструвавши перспективність подібних конструкцій, виявили також низку нелінійних ефектів, що потребують глибшого дослідження. Наприклад, ключовим фактором, який визначає енергетичну ефективність трансформатора, є розподіл вихрових електричних струмів у його робочому об'ємі. У роботі [6] було проаналізовано цей розподіл за помірних

частот та відносно невеликих коефіцієнтів анізотропії K , де вихрові струми формують характерні еліптичні контури. Сучасні тензорні та чисельні підходи до моделювання вихрових струмів в анізотропних композитних матеріалах, зокрема з урахуванням дефектів та багатшарової структури [7]–[9], підтверджують утворення еліптичних структур за помірної анізотропії. Проте після досягнення певних критичних значень коефіцієнта анізотропії характер розподілу струмів зазнає суттєвих якісних змін.

У цій роботі проведено топологічний аналіз впливу коефіцієнта анізотропії та кута орієнтації кристалографічних осей на структуру розподілу вихрових струмів. Отримана в результаті систематизація даних щодо поведінки поля в режимах екстремальної анізотропії має забезпечити теоретичну базу для створення ефективних пристроїв на основі анізотропних електропровідних структур.

Об'єкт і предмет дослідження

Розглянемо схематичну конструкцію АЕТ, зображену на **рис. 1**.

В основі АЕТ розміщено однорідну анізотропну електропровідну пластину l , електропровідність $\hat{\sigma}$ якої описується тензором другого рангу і після орієнтації кристалографічної осі Ox під деяким кутом γ набуває такого вигляду [10, с. 43–46]:

$$\hat{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де σ_{ij} — компоненти провідності у лабораторній системі координат.

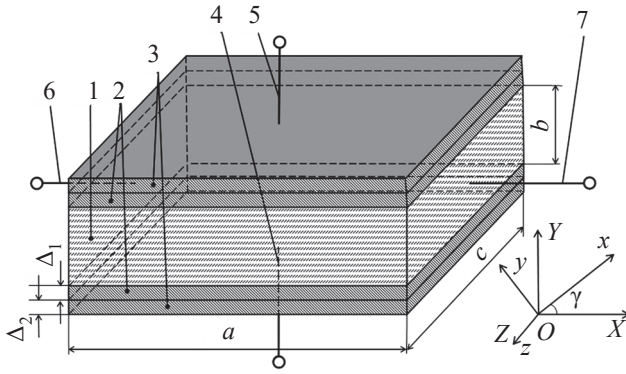


Рис. 1. Схематична конструкція анізотропної електропровідної структури:

1 — пластина з анізотропного електропровідного матеріалу;
2 — діелектричні шари; 3 — електропровідні шари;
4, 5 — електропідводи; 6, 7 — електровиводи

Поздовжня $\sigma_{\parallel}$ та поперечна $\sigma_{\perp}$ складові провідності [11, с. 46–55] визначаються виразами

$$\sigma_{\parallel} = \dot{\sigma}_{11} \cos^2 \gamma + \dot{\sigma}_{22} \sin^2 \gamma; \quad (2)$$

$$\sigma_{\perp} = (\dot{\sigma}_{11} - \dot{\sigma}_{22}) \cos \gamma \sin \gamma, \quad (3)$$

де $\dot{\sigma}_{11}, \dot{\sigma}_{22}$ — діагональні компоненти тензора провідності у кристалографічній системі координат.

Коефіцієнт анізотропії K матеріалу електропровідної пластини визначається значеннями провідності у головних кристалографічних осях:

$$K = \dot{\sigma}_{11} / \dot{\sigma}_{22}. \quad (4)$$

Основним параметром АЕТ є поперечно-поздовжній коефіцієнт перетворення [4]

$$m = \frac{(\dot{\sigma}_{11} - \dot{\sigma}_{22}) \cos \gamma \sin \gamma}{\dot{\sigma}_{11} \cos^2 \gamma + \dot{\sigma}_{22} \sin^2 \gamma}. \quad (5)$$

Граничні умови та робоче рівняння

У попередніх дослідженнях [6] за накладених граничних умов

$$j_x = 0 \text{ при } x = \pm a/2, j_y = 0 \text{ при } y = \pm b/2; \quad (6)$$

$$j_{x,y}(z) \approx e^{-z/\delta}, \quad \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu \sigma_{\text{сф}} \omega}}; \quad (7)$$

$$\vec{H}_{\text{вн}} = \vec{H}_{\text{зовн}} \quad (8)$$

було отримано рівняння

$$\left(\sigma_{11} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \sigma_{22} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - 2\sigma_{12} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \right) j_z(x, y) = -i\omega B_z(x, y), \quad (9)$$

яке описує просторовий розподіл вихрових електричних струмів у площині $a \times b$ анізотропної електропровідної пластини під дією змінного електромагнітного поля.

Чисельне моделювання та візуалізація

Дослідження базується на чисельному моделюванні розподілу густини вихрових струмів в анізотропному електропровідному середовищі з використанням методів обчислювальної електродинаміки. У роботі [6] встановлено залежність просторового розподілу вихрових струмів від коефіцієнта анізотропії K та кута орієнтації γ . Використовуючи аналогічний підхід, у цій роботі проведено моделювання чисельного розв'язання рівняння Пуассона методом спектрального розкладання у просторі Фур'є (*spectral-domain solver*) на рівномірній дискретизаційній сітці 401×401 вузлів. Розв'язання виконувалося у спектральній області з використанням швидкого перетворення Фур'є відповідно до підходу [12, с. 75–86] з урахуванням анізотропного тензора провідності та його орієнтації [13, с. 331–339]. Чисельна реалізація здійснювалася засобами бібліотек SciPy і NumPy [14], [15] із використанням алгоритмів FFT (Fast Fourier Transform) [16, с. 608–617], які коректно описують процеси в центральній частині пластини. Після обчислення та нормалізації поля j_z проводилася візуалізація у вигляді контурного графіка з кольоровою шкалою (*colormap viridis*), градієнтних ліній струму (*streamplot*) та розрідженої картини його векторної густини (*quiver*).

Такий підхід дозволив ефективно проаналізувати вплив величин K та γ на топологію вихрових струмів для $K=0,05$ та $K=20,0$ при $\gamma=45^\circ$. Зауважимо, що тут, як і в попередніх дослідженнях, максимальний коефіцієнт трансформації m спостерігається при орієнтації кристалографічних осей під кутом $\gamma=45^\circ$ для будь-яких довільних додатних значень K [4].

На **рис. 2** представлено результати для випадку, коли велика вісь еліпса орієнтована під кутом $\gamma=45^\circ$. Тут спостерігається стабільна еліптична топологія вихрових струмів, поле має локалізований характер, лінії струму замкнені. Аналіз цих рисунків показує, що раніше встановлені закономірності формування вихрових струмів [6] зберігаються і з помірним збільшенням (зменшенням) коефіцієнта анізотропії K спостерігається поступове витягування вихрового контуру вздовж осі з більшою провідністю під кутом γ . Це ілюструє безперервність трансформації вихрового поля в межах “еліптичного” режиму.

Для аналізу поведінки вихрових струмів за відносно великих та малих значень коефіцієнта анізотропії K та різних значеннях кута орієнтації γ в анізотропному електропровідному середовищі проведено серію чисельних експериментів за тією ж методикою, що й для помірних K . Результати наведено на **рис. 3** (колірна шкала відображає нормовану амплітуду густини струму $j_{z, \text{norm}}$).

Проведений аналіз показав, інваріантність рівняння поля відносно перетворення $K \rightarrow 1/K$ за умови повороту системи координат на 90° . Це дозволяє

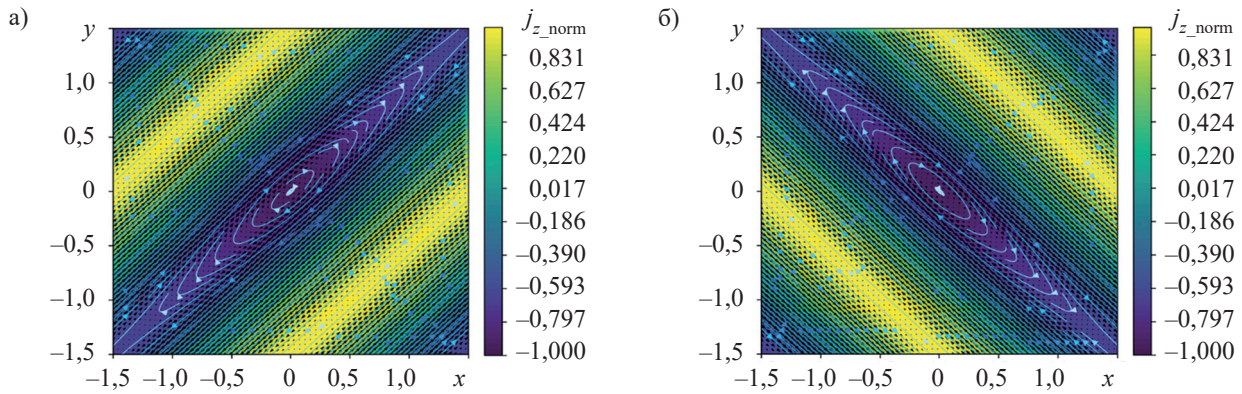


Рис. 2. Розподіл нормованої густини вихрових струмів при $\gamma = 45^\circ$ для коефіцієнта анізотропії $K=0,05$ (а) та $K=20$ (б)

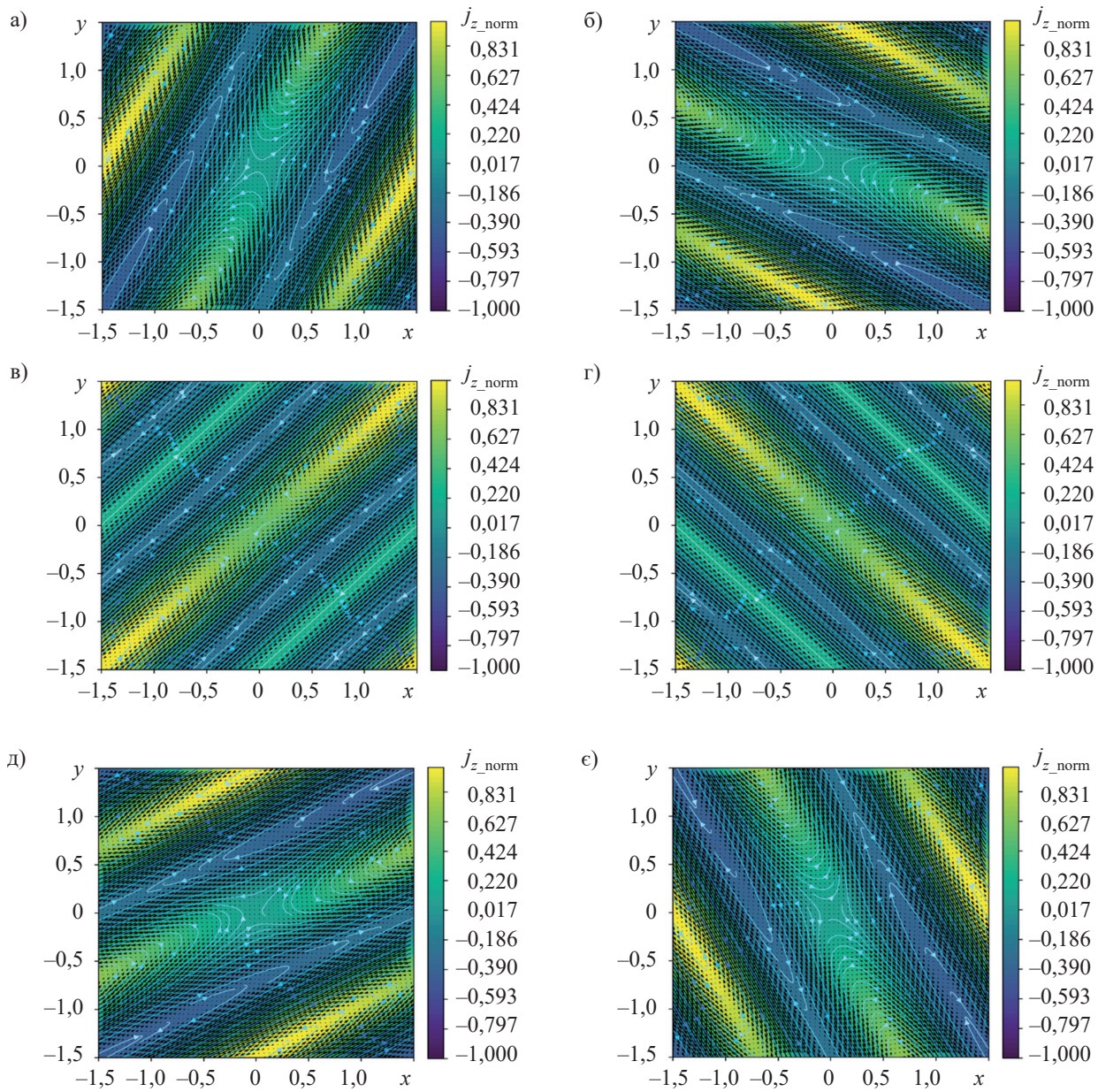


Рис. 3. Розподіл нормованої густини вихрових струмів для значень коефіцієнта анізотропії $K=0,0067$ (а, в, д) та $K=150$ (б, г, е) за різної орієнтації кристаліграфічної осі Ox :

$a, б — \gamma = 30^\circ$; $в, г — \gamma = 45^\circ$; $д, е — \gamma = 60^\circ$

стверджувати, що результати розв'язання рівняння (9) для випадків $K \gg 1$ та $K \ll 1$ є фізично еквівалентними й описують спрямування квазілінійних потоків вздовж взаємно ортогональних осей.

Аналіз розподілу густини вихрових струмів показав якісну зміну топології при переході до великих значень коефіцієнта анізотропії. Якщо за відносно малих величин K лінії струму утворюють замкнені еліптичні структури (рис. 2), що відповідає класичному уявленню про вихрові поля, то за $K = 150$ (рис. 3) спостерігається перетворення замкнених траєкторій вихрових струмів у квазілінійні потоки. Візуально це проявляється у вигляді параболоподібних ліній розподілу струму, де вершини відповідають центрам вихрового збудження, а гілки вказують на домінуючий напрямок потоку вздовж осі максимальної провідності. Така топологічна зміна свідчить про те, що при досягненні критичних значень K механізм замикання вихрових траєкторій енергетично пригнічується анізотропними властивостями середовища, перетворюючи АЕТ на спрямовану лінію передачі струму.

Зі збільшенням коефіцієнта анізотропії K спостерігається втрата геометричної стабільності еліптичної топології вихрових струмів. У разі помірної анізотропії вихровий струм утворює еліпс, а його перехід у квазілінійний режим відбувається тоді, коли радіус кривини у вершинах еліпса стає меншим за товщину шару b анізотропної пластини d_{layer} . Отже, критичною умовою переходу від еліптичної топології до квазілінійної буде

$$R = l^2/m \approx d_{\text{layer}}^2 \quad (10)$$

де l, m — велика та мала піввісі еліпса.

Якщо $R > d_{\text{layer}}^2$ струм не може протікати замкненою траєкторією через геометричні обмеження. Звідси можна обчислити критичний коефіцієнт анізотропії K_{cr} для анізотропної структури за її геометричними параметрами:

$$K_{\text{cr}} \approx 1/d_{\text{layer}}^2 \quad (11)$$

Це математично доводить, що зі зростанням анізотропії радіус кривини R у вершині еліпса зменшується, вершина стає “гострішою” та “тоншою”. За великих значень коефіцієнта анізотропії K еліпс переходить у квазілінійний режим: його вершина стає настільки гострою ($R \rightarrow 0$), що перестає бути точкою “повороту” для струму і перетворюється на “вістря” потоку, який майже не вигинається.

Результати та їх обговорення

На перший погляд може скластися враження, що за екстремальних значень анізотропії еліптична структура руйнується. Проте фізико-математичний аналіз показує, що великі значення коефіцієнта анізотропії не спричиняють фізичного зникнення вихору, а призводять до його критичної деформації, трансформуючи конфігурацію струмів у квазілінійні потоки.

Зауважимо, що чисельне моделювання було проведено для загального випадку анізотропної структури. Використання періодичних граничних умов дозволяє дослідити фундаментальні топологічні перетворення без впливу крайових ефектів. У реальних фізичних структурах скінченних розмірів виконання закону неперервності струму ($\text{div } j = 0$) забезпечується замиканням ліній через поверхневі шари пластини. Спостережуваний на рис. 3–5 ефект “розірваних” ліній у разі екстремальної анізотропії є наслідком зміни масштабу вихору: траєкторії замикання виходять далеко за межі зони збудження при настільки великому радіусі кривини, що в межах розрахункової області вони ідентифікуються як спрямовані квазілінійні потоки.

За критичних значень коефіцієнта анізотропії (K_{cr} або $1/K_{\text{cr}}$) вихрова структура має тенденцію до максимальної витягнутості вздовж осі з найбільшою провідністю. В обмеженому об'ємі пластини лінії струму наближаються до її меж під майже перпендикулярним кутом. Оскільки струм не може виходити за фізичні межі провідника, він змушений різко змінювати напрямок уздовж граней, що візуально інтерпретується як руйнування класичної еліптичної форми поблизу країв. Це явище є результатом критичної геометричної адаптації вихору до обмеженого простору. Таким чином, вихор залишається замкненим, але стає обмеженим геометрією пластини, що призводить до концентрації замикаючих ліній струму у тонкому поверхневому шарі.

Практичне значення отриманих результатів

Розуміння динаміки вихрових струмів є критично важливим для проектування сучасної елементної бази інфокомунікаційних систем. Виявлені закономірності мають суттєве значення: перехід до квазілінійної конфігурації струмів супроводжується зміною імпедансу пристрою. В анізотропних електропровідних трансформаторах, що застосовуються як узгоджувальні елементи, така деформація вихрових струмів може бути використана як інструмент керування імпедансом. Зокрема, знання критичного значення коефіцієнта анізотропії, за якого відбувається деформація еліптичної форми, дозволяє як уникати неконтрольованого переходу від еліпсоподібних до квазілінійних потоків, так і формувати спрямовані потоки електромагнітної енергії в антенних системах.

Висновки

Проведене дослідження показало, що топологія вихрових струмів в анізотропних електропровідних структурах має критичні режими, у яких відбувається перехід від еліптичної конфігурації до квазілінійної. Це є наслідком геометричної адаптації вихору до обмеженого простору і не означає його фізичного руйнування. Встановлено, що саме анізотропія

визначає характер деформації вихрових струмів, а її критичні значення задають межу між різними топологічними режимами.

Отримані результати підтверджують ефективність запропонованого методу чисельного моделювання для прогнозування поведінки вихрових струмів в анізотропних структурах. Надалі планується проведення досліджень впливу частотних характеристик сигналу на стабільність еліптичних та квазілінійних структур у динамічних режимах, що дозволить інтегрувати отримані результати у проєктування широкосмужових пристроїв комунікацій.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

- [1] E. Chiodo, P. De Falco, and L. P. Di Noia, "Challenges and new trends in power electronic devices reliability," *Electronics (Basel)*, vol. 10, no. 8, p. 925, Apr. 2021, doi: 10.3390/electronics10080925.
- [2] M. Odiamenhi, H. Jahanbakhsh Basherlou, C. Hwang See, N. Ojaroudi Parchin, K. Goh, and H. Yu, "Advancements and challenges in antenna design and rectifying circuits for radio frequency energy harvesting," *Sensors (Basel)*, vol. 24, no. 21, p. 6804, Oct. 23 2024, doi: 10.3390/s24216804.
- [3] М. Дерев'ячук, А. Ащеулов, та Д. Лавренюк, "Явище електроомічної трансформації," *Фізика і хімія твердого тіла*, т. 21, № 4, с. 743–748, 2020. doi: 10.15330/pcss.21.4.743-748.
- [4] А. А. Ащеулов, М. Я. Дерев'ячук, Д. О. Лавренюк та ін., "Анізотропний електроомічний трансформатор," *Метрологія та прилади*, № 5, с. 27–32, 2020. doi: 10.33955/2307-2180(5)2020.27-32.
- [5] A. Ashcheulov, M. Derevianchuk, D. Lavreniuk, and M. Rozhdestvenska, "Thermal losses of an anisotropic electrically conductive transformer," *Security of Infocommunication Systems and Internet of Things*, vol. 3, no. 1, p. 01005, Jun. 2025, doi: 10.31861/sisiot2025.1.01005.
- [6] А. Ащеулов та М. Дерев'ячук, "Розподіл вихрових електричних струмів в анізотропному електропровідному

трансформаторі," *Технологія та конструювання в електронній апаратурі*, № 3–4, с. 3–8, 2025. doi: 10.15222/ТКЕА2025.3-4.03.

- [7] M. Versaci, G. Angiulli, F. C. Morabito, and A. Palumbo, "A variational and multiplicative tensor framework for eddy current modeling in anisotropic composite materials with defects," *Mathematics*, vol. 14, no. 7, p. 1141, 2026, doi: 10.3390/math14071141.
- [8] Q. Yi, P. Wilcox, and R. Hughes, "Modelling and evaluation of carbon fibre composite structures using high-frequency eddy current imaging," *Composites Part B: Engineering*, vol. 248, p. 110343, 2023, doi: 10.1016/j.compositesb.2022.110343.
- [9] B. Pintér, A. Bingler, S. Bilicz, and J. Pávó, "Sensitivity analysis for the eddy current testing of carbon fiber reinforced plastic materials," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 74, no. 4, pp. 397–403, 2024, doi: 10.3233/JAE-230142.
- [10] J. F. Nye, *Physical Properties of Crystals: Their Representation by Tensors and Matrices*. Oxford, UK: Oxford Univ. Press, 1985.
- [11] L. I. Anatyshuk, *Thermoelectricity, vol. 1: Physics of Thermoelectricity*. Kyiv, Ukraine: Institute of Thermoelectricity, 1998.
- [12] L. N. Trefethen, *Spectral Methods in MATLAB*. Philadelphia, PA, USA: SIAM, 2000, doi: 10.1137/1.9780898719598.
- [13] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*. Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 1984.
- [14] P. Virtanen, R. Gommers, T. E. Oliphant, M. Haberland, T. Reddy, D. Cournapeau, et al.; SciPy 1.0 Contributors, "SciPy 1.0: Fundamental algorithms for scientific computing in Python," *Nature Methods*, vol. 17, no. 3, pp. 261–272, Mar. 2020, doi: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- [15] C. R. Harris, K. J. Millman, S. J. van der Walt, R. Gommers, P. Virtanen, D. Cournapeau, et al., "Array programming with NumPy," *Nature*, vol. 585, no. 7825, pp. 357–362, Sep. 2020, doi: 10.1038/s41586-020-2649-2.
- [16] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*, 3rd ed. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 2007.

Надійшла до редакції 24.03.2026
Прийнято до друку 20.04.2026

DOI: 10.15222/ТКЕА2026.1.03
UDC 621.314.2:537.311.3:538.54

Anatoly ASHCHEULOV¹, Mykola DEREVIANCHUK²

Ukraine, Chernivtsi, ¹Institute of Thermoelectricity of NAS and MES of Ukraine,
²Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University

TOPOLOGICAL TRANSFORMATION OF EDDY CURRENTS IN ANISOTROPIC ELECTRICALLY CONDUCTIVE STRUCTURES

Numerical modeling and comprehensive topological analysis of the distribution of the eddy current density component j_z in homogeneous anisotropic electrically conductive plates were carried out using a spectral-domain solver based on the Fourier transform of the Poisson equation. The study covers a wide range of anisotropy coefficients, $0.05 \leq K \leq 150$, at a crystallographic axis orientation angle of $\gamma = 45^\circ$.

It has been established that the classical interpretation of "destruction" of eddy current structures at extreme values of K is actually a qualitative topological transformation: a transition from closed elliptical trajectories to quasi-linear directed flows. The invariance of the transformation mechanism with respect to the reciprocal transformation $K \rightarrow 1/K$ accompanied by a 90° rotation of the coordinate system has been proven. Based on the analysis of the curvature radius of the eddy current lines at the ellipse vertices, a physically justified criterion for determining critical operating regimes is proposed. This criterion directly relates the geometric parameters of the plate (thickness d_{layer} , major and minor semi-axes l and m) to the critical anisotropy coefficient K_{cr} .

The practical significance of the results lies in the ability to deliberately control the topology of the eddy current field in anisotropic electrically conductive transformers. The transition to the quasi-linear regime enables significant changes in device impedance, control of the transformation ratio and inductance, and realization of directed energy flows. This opens prospects for the development of efficient matching elements, sources of directed electromagnetic radiation, antenna systems, and optimization of wideband infocommunication devices with improved energy efficiency.

Keywords: anisotropy, eddy currents, topological transformation, spectral method, anisotropic electrically conductive transformer, reciprocity, impedance.

REFERENCES

- [1] E. Chiodo, P. De Falco, and L. P. Di Noia, "Challenges and new trends in power electronic devices reliability," *Electronics (Basel)*, vol. 10, no. 8, p. 925, Apr. 2021, doi: 10.3390/electronics10080925.
- [2] M. Odiamenti, H. Jahanbakhsh Basherlou, C. Hwang See, N. Ojaroudi Parchin, K. Goh, and H. Yu, "Advancements and challenges in antenna design and rectifying circuits for radio frequency energy harvesting," *Sensors (Basel)*, vol. 24, no. 21, p. 6804, Oct. 23 2024, doi: 10.3390/s24216804.
- [3] M. Derevianchuk, A. Ashcheulov, and D. Lavreniuk, "Phenomenon of electro-ohmic transformation [in Ukrainian]," *Physics and Chemistry of Solid State*, vol. 21, no. 4, pp. 743–748, Dec. 2020, doi: 10.15330/pss.21.4.743-748.
- [4] A. Ashcheulov, M. Derevianchuk, D. Lavreniuk, O. Verenko, and I. Romaniuk, "Anisotropic electro-ohmic transformer [in Ukrainian]," *Metrology and Instruments*, no. 5, pp. 27–32, 2020, doi: 10.33955/2307-2180(5)2020.27-32.
- [5] A. Ashcheulov, M. Derevianchuk, D. Lavreniuk, and M. Rozhdestvenska, "Thermal losses of an anisotropic electrically conductive transformer," *Security of Infocommunication Systems and Internet of Things*, vol. 3, no. 1, p. 01005, Jun. 2025, doi: 10.31861/sisiot2025.1.01005.
- [6] A. Ashcheulov and M. Derevianchuk, "Distribution of vortex electric currents in an anisotropic electrically conductive transformer [in Ukrainian]," *Technology and Design in Electronic Equipment*, no. 3–4, pp. 3–8, 2025, doi: 10.15222/TKEA2025.3-4.03.
- [7] M. Versaci, G. Angiulli, F. C. Morabito, and A. Palumbo, "A variational and multiplicative tensor framework for eddy current modeling in anisotropic composite materials with defects," *Mathematics*, vol. 14, no. 7, p. 1141, 2026, doi: 10.3390/math14071141.
- [8] Q. Yi, P. Wilcox, and R. Hughes, "Modelling and evaluation of carbon fibre composite structures using high-frequency eddy current imaging," *Composites Part B: Engineering*, vol. 248, p. 110343, 2023, doi: 10.1016/j.compositesb.2022.110343.
- [9] B. Pintér, A. Bingler, S. Bilicz, and J. Pávó, "Sensitivity analysis for the eddy current testing of carbon fiber reinforced plastic materials," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 74, no. 4, pp. 397–403, 2024, doi: 10.3233/JAE-230142.
- [10] J. F. Nye, *Physical Properties of Crystals: Their Representation by Tensors and Matrices*. Oxford, UK: Oxford Univ. Press, 1985.
- [11] L. I. Anatyshchuk, *Thermoelectricity, Vol. 1: Physics of Thermoelectricity*. Kyiv, Ukraine: Institute of Thermoelectricity, 1998.
- [12] L. N. Trefethen, *Spectral Methods in MATLAB*. Philadelphia, PA, USA: SIAM, 2000, doi: 10.1137/1.9780898719598.
- [13] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*. Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 1984.
- [14] P. Virtanen, R. Gommers, T. E. Oliphant, M. Haberland, T. Reddy, D. Cournapeau, et al.; SciPy 1.0 Contributors, "SciPy 1.0: Fundamental algorithms for scientific computing in Python," *Nature Methods*, vol. 17, no. 3, pp. 261–272, Mar. 2020, doi: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- [15] C. R. Harris, K. J. Millman, S. J. van der Walt, R. Gommers, P. Virtanen, D. Cournapeau, et al., "Array programming with NumPy," *Nature*, vol. 585, no. 7825, pp. 357–362, Sep. 2020, doi: 10.1038/s41586-020-2649-2.
- [16] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*, 3rd ed. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press, 2007.

Відомості про авторів

Анатолій Ащеулов, докт. техн. наук, професор, Інститут термоелектрики НАН і МОН України, Чернівці, Україна;
e-mail: ashcheulov.anatoly@gmail.com;
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3195-6342>

Микола Дерев'янчук, викладач, Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Україна;
e-mail: m.derevianchuk@chnu.edu.ua;
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7218-1451>

About the authors

Anatoly Ashcheulov, Dr. Sc., Professor, Institute of Thermoelectricity of NAS and MES of Ukraine, Chernivtsi, Ukraine;
e-mail: ashcheulov.anatoly@gmail.com;
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3195-6342>

Mykola Derevianchuk, Lecturer, Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, Ukraine;
e-mail: m.derevianchuk@chnu.edu.ua;
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7218-1451>



Copyright: © 2026, The author(s). Licensee: Politekhperiodika, Odesa, Ukraine. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).