

К. ф.-м. н. А. С. ГАРКАВЕНКО

Германия, г. Штутгарт, МНПЦ энергосберегающих технологий
E-mail: garks@arcor.de

Дата поступления в редакцию
23.03 2011 г.

Оппонент д. т. н. В. А. МОКРИЦКИЙ
(ОНПУ, г. Одесса)

СКОРОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭКСИТОННОГО ЛАЗЕРА

Получены скоростные уравнения экситонного лазера в системе взаимодействующих экситонов и выведены условия инверсной населенности и генерации. Указана принципиально новая возможность создания гамма-лазера.

Лазерная генерация в системе свободных экситонов экспериментально наблюдалась достаточно давно [1—3]. Тогда же был рассчитан спектр усиления для экситонов в кристалле CdS [4], однако условие образования инверсной населенности не получено до сих пор. Более того, теория показывает, что связывание электронов и дырок в экситоны делает невозможным создание инверсной населенности между собственными энергетическими зонами полупроводника. Это справедливо, если экситоны рассматриваются как газ невзаимодействующих бозе-частиц, находящихся в равновесии с электронами и дырками. Поэтому не верно выражение для инверсной населенности, полученное в [5].

Опыты показывают, что в некоторых полупроводниковых кристаллах при концентрации экситонов 10^{16} — 10^{17} см $^{-3}$ значительную роль в испускании и поглощении света начинают играть неупругие экситон-экситонные столкновения и безызлучательная Оже-рекомбинация. В результате столкновения энергия и импульс одного экситона передаются другому. Первый экситон рекомбинирует с испусканием фотона, а второй либо ионизируется, либо переходит на более высокий экситонный энергетический уровень. Схема излучательных и безызлучательных переходов представлена на рисунке, где видно, что лазер работает по трехуровневой схеме.

Целью настоящей работы является получение скоростных уравнений экситонного лазера для такой системы и условий инверсной населенности и генерации.

При составлении скоростных уравнений диффузией экситонов можно пренебречь. Тогда согласно рисунку их можно представить как

$$\frac{d\Delta n}{dt} = g - (\sigma_{ex} + A_1 + A_2) \times \Delta n^2 + \alpha \Delta n_{ex}^1; \quad (1)$$

$$\frac{d\Delta n_{ex}^1}{dt} = R_{ex}^B - (W_{cn} + B) \Delta n_{ex}^1 + \nu \Delta n_{ex}^1 - \alpha \Delta n_{ex}^1 + \sigma_{ex} \Delta n^2 - (\Delta n_{ex}^1 - \Delta n_{ex}^0) W_B \Delta n_{\phi}; \quad (2)$$

$$\frac{d\Delta n_{ex}^0}{dt} = (W_{cn} + B) \Delta n_{ex}^1 - R_{ex}^B + (\Delta n_{ex}^1 - \Delta n_{ex}^0) W_B \Delta n_{\phi}; \quad (3)$$

$$\frac{d\Delta n_{\phi}}{dt} = (\Delta n_{ex}^1 - \Delta n_{ex}^0) W_B \Delta n_{\phi} + W_{cn} \Delta n_{ex}^1 - 2\kappa \Delta n_{\phi}; \quad (4)$$

$$\Delta n_{ex}^1 + \Delta n_{ex}^0 = \Delta n_{ex}, \quad (5)$$

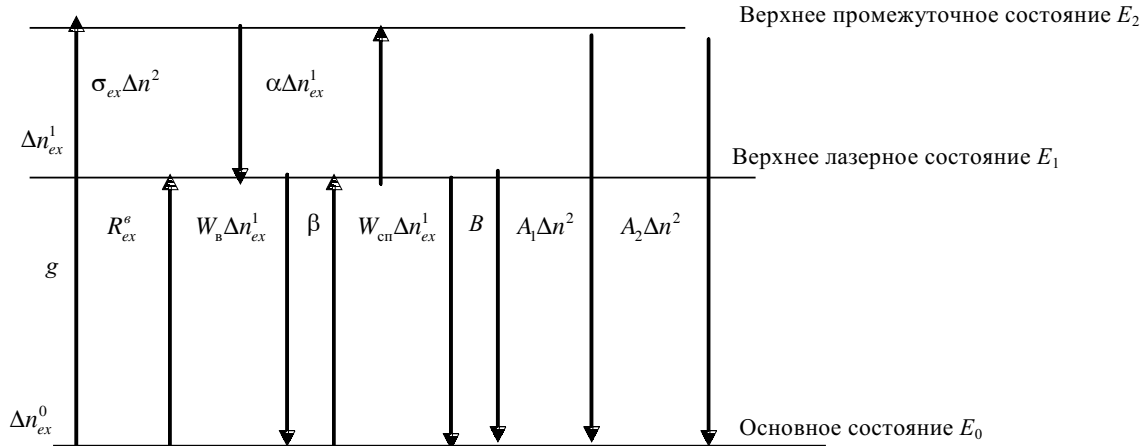
где Δn — концентрация возбужденных электронов;
 g — скорость генерации электронно-дырочных пар при возбуждении полупроводника квантами света или электронным пучком;
 σ_{ex} — вероятность (коэффициент) связывания свободных электронов и дырок в экситоны;
 A_1, A_2 — вероятности излучательной и безызлучательной спонтанной рекомбинации электронов и дырок, соответственно;
 α, β — вероятность диссоциации и возбуждения экситонов за счет неупругого экситон-экситонного рассеяния, соответственно;
 Δn_{ex}^1 — число экситонов в возбужденном состоянии E_1 ;
 R_{ex}^B — скорость возбуждения экситонов, $R_{ex}^B = w_{12} \Delta n_{ex}^0$;
 w_{12} — вероятность вынужденного перехода из основного уровня E_0 на возбужденный уровень E_1 ;
 Δn_{ex}^0 — число экситонов в основном состоянии E_0 ;
 W_{cn}, B — вероятность излучательной и безызлучательной спонтанной рекомбинации экситонов, соответственно;
 W_B — вероятность вынужденной (стимулированной) излучательной рекомбинации экситонов;
 Δn_{ϕ} — число излучаемых фотонов;
 t_0 — время жизни фотона в резонаторе лазера.

Обозначим величину, обратную t_0 , через 2κ . Коэффициент потерь в резонаторе отражается величиной $2\kappa \Delta n_{\phi}$.

Поскольку при температуре жидкого азота в экситоны связываются практически все электронно-дырочные пары [6], вероятности A_1 и A_2 будут пренебрежимо малы по сравнению с σ_{ex} , т. е. $\sigma_{ex} \gg A_1$ и $\sigma_{ex} \gg A_2$. Тогда уравнения (1)—(5) преобразуются к виду

$$\frac{d\Delta n}{dt} = g - \sigma_{ex} \Delta n^2 + \alpha \Delta n_{ex}^1; \quad (1')$$

$$\frac{d\Delta n_{ex}^1}{dt} = R_{ex}^B - B \Delta n_{ex}^1 + (\beta - \alpha) \Delta n_{ex}^1 + \sigma_{ex} \Delta n^2 - (\Delta n_{ex}^1 - \Delta n_{ex}^0) W_B \Delta n_{\phi}; \quad (2')$$



Трехуровневая схема рабочих состояний

$$\frac{d\Delta n_{ex}^0}{dt} = B\Delta n_{ex}^1 - R_{ex}^B + (\Delta n_{ex}^1 - \Delta n_{ex}^0)W_b\Delta n_{\phi}; \quad (3')$$

$$\frac{d\Delta n_{\phi}}{dt} = (\Delta n_{ex}^1 - \Delta n_{ex}^0)W_b\Delta n_{\phi} - 2\kappa\Delta n_{\phi}; \quad (4')$$

$$\Delta n_{ex}^1 + \Delta n_{ex}^0 = \Delta n_{ex}. \quad (5')$$

Модель процесса генерации излучения

В процессе излучательной рекомбинации экситонов инверсия населенности возникает автоматически, т. к. они являются бозонами. Отсутствие запрета Паули для них делает возможным накопление неограниченного числа таких квазичастиц на верхнем возбужденном энергетическом уровне [6], что отражается неравенством

$$\Delta n_{ex}^1 \gg \Delta n_{ex}^0. \quad (6)$$

Среднее число невозбужденных экситонов на основном уровне E_0 равно

$$\Delta n_{ex}^0 = \{\exp(E_0/(kT)) - 1\}^{-1},$$

а среднее число возбужденных экситонов на уровне E_1 равно [7, с. 510]

$$\Delta n_{ex}^1 = \{\exp[(E_1 - E_0 - \mu)/(kT)] - 1\}^{-1},$$

где k — постоянная Больцмана; μ — химический потенциал экситонов.

Используя неравенство (6), получим условие инверсной населенности:

$$E_1 \gg 2E_0 + \mu. \quad (7)$$

Время жизни экситонов τ на верхнем возбужденном уровне до излучательной рекомбинации составляет 10^{-9} — 10^{-10} с. Это означает, что при плотности числа экситонов около 10^{17} см $^{-3}$ скорость возбуждения g такой системы должна составлять 10^{26} — 10^{27} см $^{-3}$ ·с $^{-1}$. Например, при электронной накачке полупроводников с энергией возбуждения $E^0=50$ кэВ, с плотностью тока накачки j и глубиной проникновения электронов в кристалл $d \approx 5$ мкм она составляет

$$g = 2 \cdot 10^{26} j / E_g, \quad (8)$$

где E_g — ширина запрещенной зоны.

Поэтому создание перенаселенности на верхнем возбужденном уровне вполне реально. В системе взаимодействующих экситонов коэффициент усиления

G довольно значителен и составляет около 39 см $^{-1}$, а неупругое экситон-экситонное рассеяние приводит к смещению экситонной линии испускания в длинноволновую область спектра на величину более чем $3/4\Delta E_{ex}$, где ΔE_{ex} — энергия связи экситона [4].

Из условия (6) следует, что

$$\Delta n_{ex}^1 = \Delta n_{ex},$$

$$d\Delta n_{ex}^1 / dt \gg d\Delta n_{ex}^0 / dt,$$

и уравнением (3') можно пренебречь.

Тогда система скоростных уравнений будет иметь следующий вид:

$$\frac{d\Delta n}{dt} = g - \sigma_{ex}\Delta n^2 + \alpha\Delta n_{ex}; \quad (1'')$$

$$\frac{d\Delta n_{ex}}{dt} = R_{ex}^B + (\beta - \alpha)\Delta n_{ex} + \sigma_{ex}\Delta n^2 - \Delta n_{ex}W_b\Delta n_{\phi}; \quad (2'')$$

$$\frac{d\Delta n_{\phi}}{dt} = \Delta n_{ex}W_b\Delta n_{\phi} - 2\kappa\Delta n_{\phi}. \quad (4'')$$

Нелинейные уравнения (1''), (2''), (4'') являются фундаментальными уравнениями экситонного лазера.

Рассмотрим наиболее простой случай стационарного решения. Тогда $d\Delta n/dt = d\Delta n_{ex}/dt = d\Delta n_{\phi}/dt = 0$, и система дифференциальных уравнений (1''), (2''), (4'') сводится к системе алгебраических уравнений

$$g - \sigma_{ex}\Delta n^2 + \alpha\Delta n_{ex} = 0; \quad (1''')$$

$$R_{ex}^B + (\beta - \alpha)\Delta n_{ex} + \sigma_{ex}\Delta n^2 - \Delta n_{ex}W_b\Delta n_{\phi} = 0; \quad (2''')$$

$$\Delta n_{ex}W_b\Delta n_{\phi} - 2\kappa\Delta n_{\phi} = 0. \quad (4''')$$

Решая эту систему, получим следующее уравнение для Δn_{ϕ} :

$$\Delta n_{\phi} \left(\frac{(g + R_{ex}^B)W_b}{(B - \beta) + W_b\Delta n_{ex}} - 2\kappa \right) = 0. \quad (9)$$

Это уравнение имеет два решения:

$$\Delta n_{\phi} = 0; \quad (10)$$

$$\Delta n_{\phi} = \frac{(g + R_{ex}^B)W_b - 2\kappa(\beta - B)}{2\kappa W_b}. \quad (11)$$

Равенство $\Delta n_0 = 0$ означает, что фотонов нет, т. е. лазерная генерация отсутствует.

Рассмотрим решение (11) и, в частности, его числитель.

Если накачка лазера слабая, то сумма $g + R_{ex}^B$ мала и тогда

$$(g + R_{ex}^B)W_B - 2\kappa(\beta - B) < 0. \quad (12)$$

Однако, поскольку число фотонов не может быть отрицательным, решение (11) не пригодно, то есть остается только решение (10). Следовательно в условиях слабой накачки генерация излучения отсутствует.

Если увеличить накачку так, чтобы выполнялось условие

$$(g + R_{ex}^B)W_B - 2\kappa(\beta - B) > 0 \quad (13)$$

или

$$(g + R_{ex}^B)W_B > 2\kappa(\beta - B), \quad (14)$$

решение (11) с $\Delta n_{\phi} > 0$ становится возможным. Это соответствует условию лазерной генерации излучения (14). В стационарных условиях можно положить $R_{ex}^B = \Delta n_{ex} / \tau$. Тогда условие лазерной генерации (14) переписывается в виде

$$\left(g + \frac{\Delta n_{ex}}{\tau}\right)W_B > 2\kappa(\beta - B). \quad (15)$$

Формула для коэффициента усиления с учетом неупругого экситон-экситонного рассеяния получена в [4]. Из нее следует выражение для W_B :

$$W_B = \frac{2\pi}{\hbar} \frac{|V_{\mu\mu'}(0)|^2}{(kT)^2} |E' - \hbar\omega| \left(1 + \frac{kT}{\epsilon_s}\right)^{-1/2} \times \\ \times K_1 \left(\frac{|E' - \hbar\omega|}{kT} \left[1 + \frac{kT}{\epsilon_s}\right]^{1/2} \right), \quad (16)$$

где $|V_{\mu\mu'}(0)|^2 = 13,28Q^2(16\pi^2 a_B^6 / V^2)$;

V — объем кристалла;

a_B — боровский радиус экситона;

$Q = e^2 / (2\epsilon_0 a_A)$;

ϵ_0 — низкочастотная диэлектрическая проницаемость;

$\epsilon_s = (a_A / R_s)^2 Q$;

R_s — эффективный радиус рассеяния, $R_s = 2,38a_B$;

$K_1(x)$ — функция Макдональда;

E' — положение центра кривой усиления.

С учетом выражений (14), (15), (16) и равенства $t_0 = 1/(2\kappa)$ получим условие генерации в виде

$$\frac{2\pi}{\hbar} \frac{(g + \Delta n_{ex} / \tau) |V_{\mu\mu'}(0)|^2}{(kT)^2} |E' - \hbar\omega| \left(1 + \frac{kT}{\epsilon_s}\right)^{-1/2} \times \\ \times K_1 \left(\frac{|E' - \hbar\omega|}{kT} \left[1 + \frac{kT}{\epsilon_s}\right]^{1/2} \right) > \frac{\beta - B}{t_0}. \quad (17)$$

Анализ модели

Из формулы (17) видно, что время жизни фотона t_0 в резонаторе лазера должно быть достаточно велико, а разность $\beta - B$ мала. Следует отметить, что полученное условие генерации (17) характерно для системы взаимодействующих бозонов. Аналогичное

условие для фермионных систем, полученное в большинстве работ по лазерам, имеет вид [8, с. 37]

$$\frac{(N_2 - N_1)}{V\tau 8\pi v^2 \Delta v / c^3} > \frac{1}{t_0}, \quad (18)$$

где N_1, N_2 — число атомов в основном и возбужденном состоянии, соответственно;

v — частота света;

Δv — ширина атомной линии;

c — скорость света в лазерной среде.

Поскольку величина Δv прямо пропорциональна частоте перехода v , перепишем уравнение (18) так:

$$\frac{(N_2 - N_1)}{V\tau 8\pi v^3 / c^3} > \frac{1}{t_0}. \quad (19)$$

В пороговое условие генерации (19) входит величина v^3 , поэтому очевидно, что для очень коротких волн левая часть этого выражения оказывается слишком малой чтобы выполнялось условие самовозбуждения лазера. Это одна из принципиальных трудностей, возникающих при создании гамма-лазеров для фермионных систем. Как видно из (17), для систем взаимодействующих бозонов эти трудности не возникают и поэтому именно их следует использовать в качестве рабочего вещества гамма-лазеров [6].

Таким образом, полученные скоростные уравнения экситонного лазера в системе взаимодействующих экситонов и условия инверсной населенности и генерации позволили указать на принципиально новую возможность создания гамма-лазера.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Benoit la Guillaume C., Debever J. M., Salvan F. Radiative recombination in highly excited CdS // Phys. Rev.— 1969.— N 177.— P. 567.
2. Magle D., Mahr H. Exciton-exciton interaction in CdS, CdSe and ZnO // Phys. Rev. Lett.— 1970.— N 24.— P. 890.
3. Грибковский В. П., Дроздов Н. А., Патрин А. А. и др. Излучательная рекомбинация свободных экситонов в ZnTe при высоком уровне оптического возбуждения // Журнал прикладной спектроскопии.— 1974.— № 21.— С. 1009. [Gribkovskii V. P., Drozdov N. A., Patrin A. A. i dr. // Zhurnal prikladnoi spektroskopii. 1974. N 21. P. 1009]
4. Молчанов Ф. Г., Попов Ю. М., Трупилин А. И. Усиление света в полупроводниках при рекомбинации экситонов высокой концентрации // Квантовая электроника.— 1974.— № 5.— С. 1258—1261. [Molchanov F. G., Popov Yu. M., Trupilin A. I. // Kvantovaya elektronika. 1974. N 5. P. 1258]
5. Нолле Э. Л. Вынужденное излучение света неидеальным экситонным газом в полупроводниках // Физика и техника полупроводников.— 1974.— Т. 8, № 8.— С. 1463—1470. [Nolle E. L. // Fizika i tekhnika poluprovodnikov. 1974. Vol. 8, N. 8. P. 1463]
6. Гаркавенко А. С. Немесбауэровский гамма-лазер на основе прямозонных полупроводниковых соединений // Технология и конструирование в электронной аппаратуре.— 2001.— № 4—5.— С. 56—59. [Garkavenko A. S. // Tekhnologiya i konstruirovaniye v elektronnoi apparature. 2001. N 45. P. 56]
7. Давыдов А. С. Теория твердого тела.— М.: Наука, 1976. [Davydov A. S. Moscow. Nauka, 1976]
8. Страховский Г. М., Успенский А. В. Основы квантовой электроники.— М.: Высшая школа, 1979. [Strakhovskii G. M., Uspenskii A. V. Moscow. Vysshaya shkola. 1979]