

К. т. н. Э. Н. ГЛУШЕЧЕНКО

Украина, г. Киев, Научно-производственное предприятие «Сатурн»

E-mail: chmil@jssaturn.kiev.ua

Дата поступления в редакцию
03.04.2003 г.Оппонент к. т. н. Н. Н. КОБАК
(НТУУ «КПИ», г. Киев)

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА ЦЕПОЧЕЧНОГО СОЕДИНЕНИЯ СВЧ-ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Метод позволяет аналитически, без применения громоздкого аппарата теории матриц, проводить анализ и синтез цепочечного соединения СВЧ-четырёхполюсников.

Известно [1], что каскадно-цепочечное соединение СВЧ-четырёхполюсников является единственным однородным соединением, параметры которого могут быть определены простым перемножением матриц передачи [A] исходных четырёхполюсников. Однако если число элементов в цепочке $n \geq 3$, то перемножение комплексных матриц становится громоздким и трудоёмким процессом. Кроме того, это делает метод трудно формализуемым, что затрудняет процесс нахождения результирующей матрицы цепи, т. е. проведение анализа и синтеза СВЧ-устройства.

Предлагается упрощенный метод определения параметров цепочечного соединения СВЧ-четырёхполюсников по известным [Y]- или [Z]-матрицам исходных четырёхполюсников, основанный на методе анализа электронных схем [2]. Предлагаемый метод является модернизацией разработанных в теории цепей обобщенных методов узловых напряжений и контурных токов.

Для реализации метода необходимо знать приведенные к канонической системе координат и нормированные параметры исходных четырёхполюсников: [Y] — для метода узловых напряжений и [Z] — для метода контурных токов.

Результирующая матрица (например, [Y]^Σ) цепочечного соединения имеет размерность $m \times m$, где $m = n+1$ — число узлов схемы, а n — число соединяемых четырёхполюсников. Способ формирования

результирующей матрицы цепи подробно рассмотрен в работе [3], а вид такой матрицы приведен на рис. 1.

В полученной ленточной матрице элементы главной диагонали, за исключением Y_{11}^{Σ} и Y_{mm}^{Σ} , имеют вид суммы $|Y_{22}^{i-1} + Y_{11}^i|$ элементов исходных матриц, где $i=2, 3, \dots, n$ — порядковый номер элемента главной диагонали. Элемент $Y_{11}^{\Sigma} = |Y_{11}^n|$, а $Y_{mm}^{\Sigma} = |Y_{22}^n|$. На верхней и нижней диагоналях расположены элементы $|Y_{12}^i|$ и $|Y_{21}^i|$, соответственно. Причем $Y_{11}^i, Y_{12}^i, Y_{21}^i$ и Y_{22}^i — элементы нормированных матриц.

Полученная ленточная матрица позволяет, согласно [3], определить параметры передачи [A] цепочечного соединения СВЧ-четырёхполюсников непосредственно через определитель ленточной матрицы Δ и ее алгебраические дополнения Δ_{ij} .

Известно, что параметры четырёхполюсника можно определить, согласно [4, с. 153—161], следующим образом:

$$Z_{\text{вх}} = (A_{11}Z_n + A_{12}) / (A_{21}Z_n + A_{22}); K_U = Z_n / (A_{11}Z_n + A_{12}); K_I = 1 / (A_{21}Z_n + A_{22}), \quad (1)$$

где $Z_{\text{вх}}$ — входное сопротивление;

K_U — коэффициент передачи по напряжению;

K_I — коэффициент передачи по току.

Тогда для случая холостого хода ($Z_n = \infty$) и короткого замыкания ($Z_n = 0$) параметры четырёхполюсника через элементы его матрицы передачи [A] примут следующий вид:

$$Z_{\text{вх}}^{\text{xx}} = A_{11} / A_{21}; K_U^{\text{xx}} = 1 / A_{11}; Z_{\text{вх}}^{\text{кз}} = A_{12} / A_{22}; K_I^{\text{кз}} = 1 / A_{22}. \quad (2)$$

А согласно [2, с. 83], параметры цепочечного соединения через определитель Δ и алгебраические

	1	2	3	...	n	n+1
1	$Y_{11}^{\Sigma} = Y_{11}^1 $	$Y_{12}^{\Sigma} = - Y_{12}^1 $				
2	$Y_{21}^{\Sigma} = - Y_{21}^1 $	$Y_{22}^{\Sigma} = Y_{22}^1 + Y_{11}^2 $	$Y_{23}^{\Sigma} = - Y_{12}^2 $			
3		$Y_{32}^{\Sigma} = - Y_{21}^2 $	$Y_{33}^{\Sigma} = Y_{22}^2 + Y_{11}^3 $			
4			$Y_{43}^{\Sigma} = - Y_{21}^3 $		$Y_{n-1,n}^{\Sigma} = - Y_{12}^{n-1} $	
n					$Y_{n,n}^{\Sigma} = Y_{22}^{n-1} + Y_{11}^n $	$Y_{n,n+1}^{\Sigma} = - Y_{12}^n $
n+1					$Y_{n+1,n}^{\Sigma} = - Y_{21}^n $	$Y_{n+1,n+1}^{\Sigma} = Y_{22}^n $

Рис. 1. Результирующая матрица цепочечного соединения Y-четырёхполюсников:

n — число элементов цепи; $m=n+1$ — число узлов цепи

дополнения Δ_{ij} результирующей матрицы имеют следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} Z_{\text{вх}} &= (\Delta_{11} Z_{\text{н}} + \Delta_{11,mm}) / (\Delta Z_{\text{н}} + \Delta_{mm}); \\ K_U &= \Delta_{1m} Z_{\text{н}} / (\Delta_{11} Z_{\text{н}} + \Delta_{11,mm}); K_I = \Delta_{1m} / (\Delta Z_{\text{н}} + \Delta_{mm}), \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $\Delta_{11,mm} = (\Delta_{11} \Delta_{mm} - \Delta_{1m} \Delta_{m1}) / \Delta$.

Тогда для рассматриваемого случая цепочечного соединения проводимостей получаем, что

$$\left. \begin{aligned} Z_{\text{вх}}^{\text{xx}} &= \Delta_{11} / \Delta; \quad K_U^{\text{xx}} = \Delta_{1m} / \Delta_{11}; \quad Z_{\text{вх}}^{\text{kz}} = \Delta_{11,mm} / \Delta_{mm}; \\ K_I^{\text{kz}} &= \Delta_{1m} / \Delta_{mm}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Сопоставляя правые части приведенных выше выражений (2) и (4), получим параметры передачи [A] результирующего четырехполосника через определитель Δ и дополнения Δ_{ij} . Аналогично можно получить систему [A]-параметров для цепочечного соединения сопротивлений, а все полученные результаты — свести в **таблицу**.

Параметры результирующего четырехполосника

Параметр	Система	
	Цепочка матриц в Y-параметрах	Цепочка матриц в Z-параметрах
A_{11}	$\Delta_{11} / \Delta_{1m}$	$\Delta_{mm} / \Delta_{1m}$
A_{12}	$\Delta_{11,mm} / \Delta_{1m}$	Δ / Δ_{1m}
A_{21}	Δ / Δ_{1m}	$\Delta_{11,mm} / \Delta_{1m}$
A_{22}	$\Delta_{mm} / \Delta_{1m}$	$\Delta_{11} / \Delta_{1m}$

Очевидно, что результирующая матрица (рис. 1) содержит ненулевые элементы только на трехдиагональной ленте. Несложно убедиться, что Δ_{1m} и Δ_{m1} представляют собой верхнюю и нижнюю треугольные матрицы, определитель которых находится перемножением элементов главной диагонали. Следовательно, алгебраические дополнения определяются как

$$\Delta_{1m} = \prod_{i=1}^{m-1} Y_{i+1,i}^{\Sigma}; \quad \Delta_{m1} = \prod_{i=1}^{m-1} Y_{i,i+1}^{\Sigma}, \quad (5)$$

а для вычисления определителя автором получено рекуррентное соотношение

$$\Delta^k = Y_{kk}^{\Sigma} \Delta^{k-1} - 2 Y_{k-1,k}^{\Sigma} Y_{k,k-1}^{\Sigma} \Delta^{k-2}, \quad (6)$$

где k — порядок определителя;

$$\Delta^1 = Y_{11}^{\Sigma}; \quad \Delta^2 = Y_{11}^{\Sigma} Y_{22}^{\Sigma} - Y_{12}^{\Sigma} Y_{21}^{\Sigma}. \quad (7)$$

А поскольку Δ_{11} и Δ_{mm} также являются ленточными трехдиагональными матрицами порядка $m-1$, то и их можно вычислить с помощью этих соотношений.

Результирующая матрица соединения (рис. 1) — ленточная трехдиагональная, т. е. имеет много нулевых элементов, которые не участвуют в процессе анализа цепи. Поэтому имеет смысл изменить размерность и порядок этого массива, оставив в нем только ненулевые элементы.

Если элементы главной диагонали результирующей матрицы записать во вторую строку нового массива [G], элементы верхней диагонали — в первую, а элементы нижней диагонали — в третью, то новый массив уже имеет размерность $3 \times m$ вместо прежней — $m \times m$. При этом $G_{1i} = Y_{i,i+1}^{\Sigma}$ и $G_{3i} = Y_{i+1,i}^{\Sigma}$, а т. к. на

верхней и нижней диагоналях число элементов $n = m - 1$, то $G_{1m} = 0$ и $G_{3m} = 0$.

	1	2	3	...	$m-1$	m
1	Y_{12}^1	Y_{12}^2	Y_{12}^3		Y_{12}^{m-1}	0
[G]= 2	Y_{11}^1	$Y_{22}^1 + Y_{11}^2$	$Y_{22}^2 + Y_{11}^3$		$Y_{22}^{m-2} + Y_{11}^{m-1}$	Y_{22}^{m-1}
3	Y_{21}^1	Y_{21}^2	Y_{21}^3		Y_{21}^{m-1}	0

Рис. 2. Компактная результирующая матрица цепочечного соединения в параметрах исходных четырехполосников

Если элементы Y^{Σ} представить в параметрах исходных четырехполосников, то результирующая матрица примет вид, приведенный на **рис. 2**. При этом, аналогично (5) — (7), определитель и алгебраические дополнения матрицы [G] можно вычислить согласно следующим соотношениям:

$$\Delta_{1m} = \prod_{i=1}^{m-1} G_{3i}; \quad \Delta_{m1} = \prod_{i=1}^{m-1} G_{1i}, \quad (8)$$

а Δ , Δ_{11} и Δ_{mm} — по рекуррентным соотношениям

$$\Delta^k = G_{2k} \Delta^{k-1} - 2 G_{1k} G_{3k} \Delta^{k-2}, \quad (9)$$

где

$$\Delta^1 = G_{21}; \quad \Delta^2 = G_{21} G_{22} - G_{11} G_{31}, \quad (10)$$

а $k=2, 3, \dots, m$ — порядок определителя.

Непосредственно в параметрах исходных четырехполосников эти выражения примут такой вид:

$$\Delta_{1k} = \prod_{i=1}^{k-1} Y_{21}^i; \quad \Delta_{k1} = \prod_{i=1}^{k-1} Y_{12}^i; \quad (11)$$

$$\Delta^k = (Y_{22}^{k-1} + Y_{11}^k) \Delta^{k-1} - 2 Y_{12}^k Y_{21}^k \Delta^{k-2}; \quad (12)$$

$$\Delta^1 = Y_{11}^1; \quad \Delta^2 = Y_{11}^1 (Y_{22}^1 + Y_{11}^2) - Y_{12}^1 Y_{21}^1, \quad (13)$$

где $k=2, 3, \dots, m$ — номер узла цепочечного соединения.

Аналогичным образом подобные выражения получаем и для каскадно-цепочечного соединения [Z]-четырёхполосников. А воспользовавшись данными таблицы, можно определить как параметры передачи [A] цепочечного соединения СВЧ-четырёхполосников, так и, с помощью соотношений работы [1], любые параметры соединения — [Y], [Z], [T] или [S].

Предложенная методика определения произвольных рабочих параметров каскадно-цепочечного соединения СВЧ-четырёхполосников позволяет провести его анализ без использования громоздкого традиционного аппарата теории матриц, существенно упростить анализ и расчет цепей такого вида, а также легко формализовать все указанные операции.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. Синтез четырехполосников и восьмиполосников на СВЧ. — М.: Связь, 1971.
2. Сигорский В. П. Анализ электронных схем. — К.: Гостехиздат УССР, 1963.
3. Курилин Б. И., Орехов Е. Ф. К определению параметров каскадного соединения четырехполосников // Радиотехника. — 1971. — Т. 26, № 9. — С. 42 — 45.
4. Атабеков Г. И. Теория линейных электрических цепей. — М.: Сов. радио, 1960.