

ЙМОВІРНІСНІ ТА ЧИСЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СТАТИСТИКИ ГОТЕЛІНГА, ПОБУДОВАНОЇ НА ОСНОВІ КВАДРАТУРНИХ СКЛАДОВИХ ДОВІЛЬНО КОРЕЛЬОВАНОГО ГАУССОВОГО ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ З НЕВІДОМИМИ ПАРАМЕТРАМИ

К. т. н. В. О. Аверочкін, С. К. Єнакі, к. т. н. А. Д. Медведик

Національний університет «Одеська політехніка»
Україна, м. Одеса
averochkin@yahoo.com

Отримані ймовірнісні та числові характеристики статистика Готелінга в умовах невідомих параметрів наявних гаусівських завод. Встановлено, що в умовах апріорно невідомої заводової обстановки виявник Готелінга забезпечує стабілізацію ймовірності хибної тривоги.

Ключові слова: статистика Готелінга, апріорно невідома заводова обстановка, умовна щільність, умовне математичне очікування та дисперсія.

Статистика Готелінга [1] дозволяє вирішити актуальну для радіолокації задачу стабілізації хибної тривоги в умовах гаусівських завод із довільними, але відомими коваріаційними властивостями. Але для практичних застосувань більш типовою є апріорна невизначеність відносно параметрів наявних завод.

В роботі досліджується умовна щільність розподілу ймовірностей статистики Готелінга за відсутності та наявності детермінованого сигналу та її числові характеристики, коли випадкова складова вхідного вузькосмугового процесу описується гаусовим довільно корельованим гаусівським процесом із нульовим математичним очікуванням і невідомими кореляційними властивостями.

В умовах невідомих параметрів наявних перешкод статистика Готелінга має вигляд

$$T^2(X) = X^T \hat{B}_X^{-1} X,$$

де $X^T = [X_i^T \quad M \quad X_Q^T]$ — вектор відліків квадратурних складових вхідного сигналу; \hat{B}_X — оцінка максимальної правдоподібності невідомої коваріаційної матриці вектора відліків квадратурних складових завади.

Можна показати, що максимально правдоподібна оцінка невідомої коваріаційної матриці вектора відліків квадратурних складових має вигляд

$$\hat{B}_X = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m X_i^T X_i.$$

де X_i — навчальні вектори ($i = 1 \dots m$).

Можна показати [2], що за умови відсутності сигналу, який виявляється, щільність розподілу ймовірностей статистики Готелінга має вигляд

$$\omega_{1T^2}(x/H_0) = m^{\frac{m-2N+1}{2}} \cdot \frac{x^{N-1}}{(m+x)^{\frac{m+1}{2}}} \cdot \frac{1}{B\left(N, \frac{m-2N+1}{2}\right)} \quad \text{при } x \geq 0,$$

де $B(p, q) = \Gamma(p)\Gamma(q)/\Gamma(p+q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1} dx$ — бета-функція;

$\Gamma(q)$ — гама-функція;

N — кількість оброблюваних вузькосмугових імпульсів.

З вигляду умовної щільності розподілу ймовірностей випливає, що ймовірність хибної тривоги виявника Готелінга в умовах априорно невідомої завадової обстановки не залежить від параметрів завад.

Виходячи з останнього співвідношення, умовні математичне очікування та другий початковий момент мають вигляд

$$m_1(T^2/H_0) = m \frac{B\left(N+1, \frac{m-2N-1}{2}\right)}{B\left(N, \frac{m-2N+1}{2}\right)};$$

$$m_2(T^2/H_0) = m^2 \frac{B\left(N+2, \frac{m-2N-3}{2}\right)}{B\left(N, \frac{m-2N+1}{2}\right)}.$$

За наявності сигналу, що виявляється, умовна щільність розподілу ймовірностей статистики Готелінга має вигляд

$$\omega_{1T^2}(x/H_1) = m^{\frac{m-2N+1}{2}} \cdot \frac{x^{N-1} e^{-\frac{\lambda}{2}}}{(m+x)^{\frac{m+1}{2}}} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^r}{r!} \cdot \frac{\left(\frac{x}{m+x}\right)^r}{B\left(N+r, \frac{m-2N+1}{2}\right)}$$

де $\lambda = S^T B_X^{-1} S$; $S^T = [S_D^T \quad M \quad S_F^T]$ — вектор квадратурних складових сигналу, що визначається.

Використовуючи останнє співвідношення, можна показати, що умовні математичне очікування та другий початковий момент мають вигляд

$$m_1(U^2/H_1) = m e^{-\frac{\lambda}{2}} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^r}{r!} \cdot \frac{B\left(N+r+1, \frac{m-2N+1}{2}\right)}{B\left(N+r, \frac{m-2N+1}{2}\right)};$$

$$m_2(U^2/H_1) = m^2 e^{-\frac{\lambda}{2}} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{\lambda}{2}\right)^r}{r!} \cdot \frac{B\left(N+r+2, \frac{m-2N-3}{2}\right)}{B\left(N+r, \frac{m-2N+1}{2}\right)},$$

Отримані результати дозволяють оцінити й порівняти характеристики детектора Готелінга в умовах невідомих завад з його потенційними характеристиками та характеристиками інших виявників.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. М., Физматгиз, 1963.
2. Averochkin V.A., Trojanskiy A.V. The Hotelling detector using quadrature channels decorrelation. *Праці Одеського політехнічного університету*, 2014, вип.1 (43), 5 с.

V. A. Averochkin, S. K. Enaki, A. D. Medvedik

Probabilistic and numerical characteristics of the Hotelling's statistics base on the quadrature components of an arbitrarily correlated Gaussian random process with unknown parameters

The authors obtain the probabilistic and numerical characteristics of the Hotelling statistic under unknown parameters of the Gaussian interference. It is established that in the conditions of an a priori unknown interference, the Hotelling detector provides stabilization of the false alarm probability.

Keywords: Hotelling's statistics, a priori unknown interference environment, conditional densities, conditional mathematical expectations and variances.