ОЦІНКА АСИМПТОТИЧНОЇ ЗБІЖНОСТІ РОЗПОДІЛУ МОМЕНТІВ І МОМЕНТНИХ ІНВАРІАНТІВ ДО НОРМАЛЬНОГО

К. т. н. А. Д. Медведик, С. М. Конюховський, А. І. Трішин

Одеський національний політехнічний університет
Україна, м. Одеса
anatoliy.medvedik@gmail.com

За допомогою математичного моделювання було досліджено розподіл центральних моментів та моментних інваріантів при різних розподілах шуму, що накладається на зображення. На основі результатів моделювання зроблені висновки про ймовірность прийняття гіпотези щодо нормального закону розподілу моментів та моментних інваріантів залежно від їхнього виду, а саме від складності нелінійних функціональних перетворень, що забезпечують нечутливість інваріантів до афінних викривлень.

Ключові слова: розпізнавання образів, центральні моменти, моментні інваріанти, критерій узгодженості Пірсона, закони розподілу шуму.

Одним з найважливіших завдань при створенні сучасних інформаційних систем є автоматизація процесу розпізнавання образів. Найбільш розповсюдженим методом розпізнавання, з точки зору практичного застосування, є метод зіставлення, що полягає в формуванні вектору ознак зображення, яке треба розпізнати, і їхньому зіставленні з векторами ознак еталонних зображень. Як компоненти вектору ознак широко застосовуються нечутливі до афінних викривлень моментні інваріанти [1]. У деяких роботах, що стосуються даної проблеми, наприклад [2, 3], побудова класифікаторів базується на припущенні про нормальний закон розподілу компонент векторів ознак. Однак особливістю моментних інваріантів є те, що кожен з семи інваріантів Ху [1] є нелінійною комбінацією нормованих центральних моментів. Тому припущення про їхній нормальний розподіл в ряді випадків може виявитися не зовсім коректним.

Метою даної роботи є перевірка гіпотези про нормальний розподіл ймовірностей моментів та моментних інваріантів Ху при різних законах розподілу шуму, що накладається на зображення.

Моделлю досліджень була адитивна суміш зображення $f(x, y)$ і шуму $n(x, y)$: $g(x, y) = f(x, y) + n(x, y)$. Відповідно, геометричний момент функції $g(x, y)$ згідно з визначенням

$$m_{pq}(g) = \iint\limits_{\Omega} x^p y^q g(x, y)dxdy = m_{pq}(f) + m_{pq}(n),$$

тобто статистичні властивості моментів і, відповідно, побудованих на їхній основі інваріантів, повністю визначаються моментом шуму $m_{pq}(n)$.

Для дискретизованого зображення, представленого масивом відліків $g(x_i, y_j)$ розміром $N{\times}N$ момент шуму $(p+q)$-го порядку відповідає виразу

$$m_{pq}(n) = \frac{1}{N^2}\sum_{i}^{N}\sum_{j}^{N} x_i^p y_j^q n(x_i, y_j), \tag{1}$$

де (x_i, y_j) — координати елемента розкладання; $n(x_i, y_j)$ — вибіркові значення шуму, що характеризуються заданим законом розподілу, стаціонарністю по просторовим координатам, а також їхньою попарною незалежністю.

З формули (1) випливає, що моменти шуму по суті представляють собою нормовану суму незалежних, однаково розподілених і центрованих випадкових величин.

Відомо [2, 4], що в силу центральної граничної теореми достатньою умовою асимптотичної збіжності розподілу ймовірностей нормованої суми виду $\eta = \frac{1}{\sigma_N}\sum_{k}^{N} C_k n_k$ (C_k — довільні константи;

$\sigma_N^2 = \sigma^2 \sum_k^N C_k$; $\sigma^2 = M_2\{n_k\}$) до нормального є виконання умови: $\lim\limits_{N\to\infty} \max\limits_{1\le k\le N} C_k^2 \Big/ \sum_k^N C_k^2 = 0$.

Дослідження показали, що моменти шуму (1) задовольняють цій умові, тобто розподіл моментів для дискретизованих зображень з доданим шумом прямує до нормального.

Згідно з критерієм узгодженості Пірсона шляхом моделювання показано (рис. 1), що для шуму з різним розподілом (нормальним, одностороннім нормальним і релеєвським) ймовірність прийняти гіпотезу про нормальний розподіл моментів досить висока і не залежить ні від виду розподілу шуму, ні від його рівня в досліджуваному діапазоні середньоквадратичних відхилень (СКВ від 0,02 до 0,3).

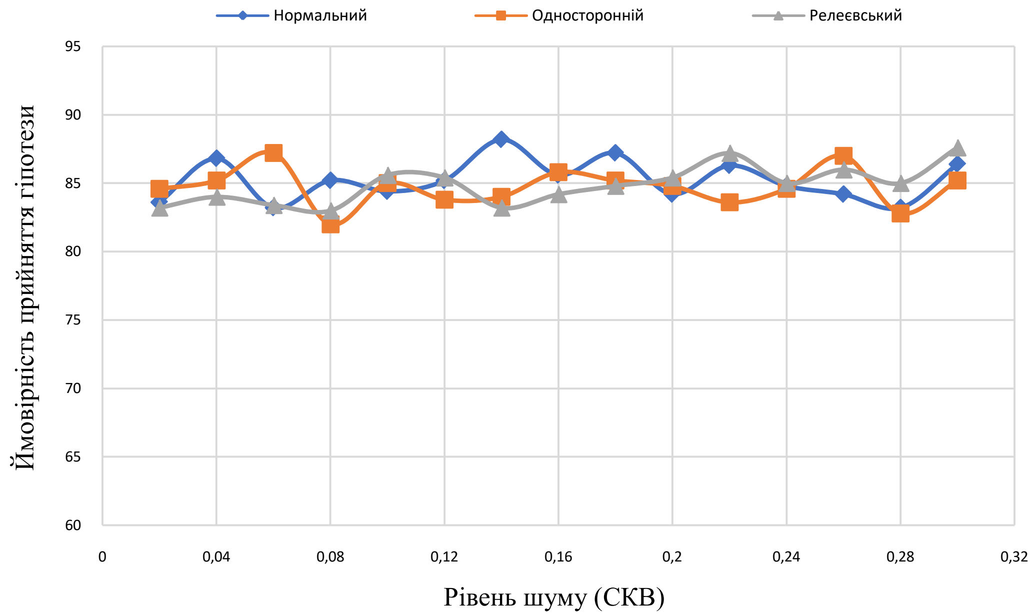

Рис. 1. Ймовірність прийняття гіпотези про нормальний розподіл моменту μ_20

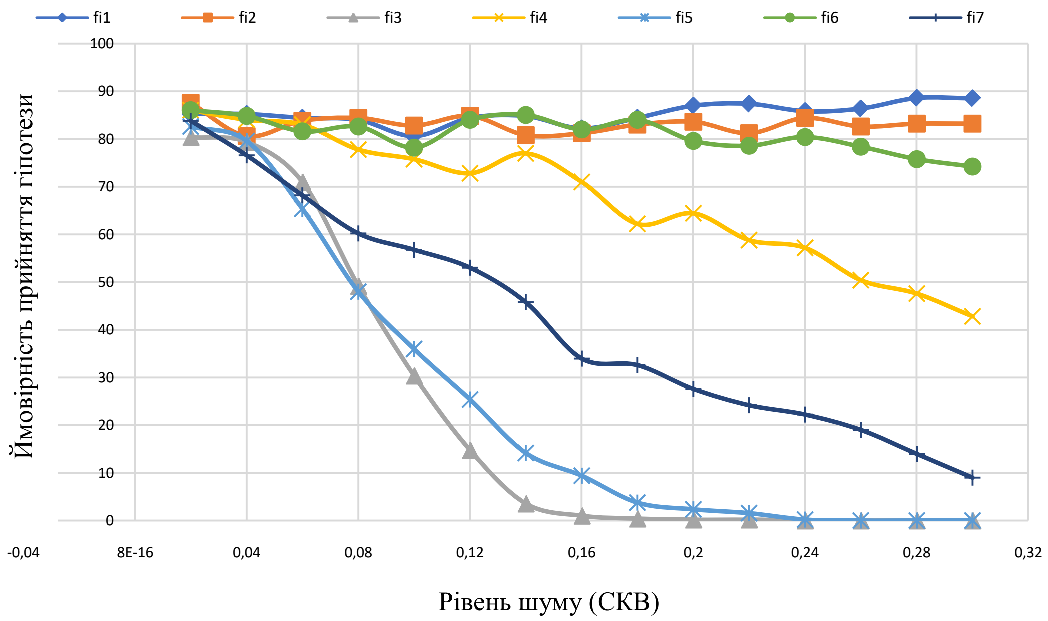

Рис. 2. Ймовірність прийняття гіпотези для інваріантів при односторонньому шумі

З рис. 2 випливає, що ймовірність прийняття гіпотези про нормальний розподіл для інваріантів φ_1, φ_2, φ_6 досить висока в усьому розглянутому діапазоні рівнів шуму і лежить в межах від 70 до 90%. Для інваріантів φ_3, φ_5 та φ_7 ймовірність прийняття гіпотези починає зменшуватися вже при незначних рівнях шуму, а при високих (СКВ $\approx$ 0,2) практично падає до нуля.

Крім цього, в рамках роботи було досліджено залежність ймовірності прийняття гіпотези про нормальний розподіл від роздільної здатності. В міру збільшення числа елементів розкладання (пікселов) на одиницю площі ймовірності прийняття гіпотези підвищуються практично для всіх семи інваріантів.

В цілому можна зробити висновки, що центральні моменти розподілені за нормальним законом незалежно від закону розподілу вхідного шуму. Гіпотеза про нормальний розподіл інваріантів при відносно низькій роздільній здатності не підтверджується, але при великому числі елементів розкладання немає підстав відкинути гіпотезу про нормальний розподіл інваріантів незалежно від закону розподілу шуму, який накладається на зображення.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Hu M.-K. Visual pattern recognition by moment invariants // IRE transactions on information theory.— 1962.— Vol. 8, №2.— P. 179—187.

2. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники.— Москва: Радио и связь, 1689.— 656 с.

3. Ту Дж, Гонсалес Р. Принципи розпізнавання образів.— Москва: Изд. «Мир», 1978.— 411 с.

4.Гнеденко Б. В., Колмогоров А. Н. Предельные распределения для сумм независимых случайных величин.— М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949.— 264 с.

A. D. Medvedik, S. M. Konyukhovskii, A. I. Trishin

Estimation of the asymptotic convergence of the distribution of moments and moment invariants to the norm

The authors use the mathematical modeling to study the distribution of central moments and moment invariants at different distributions of noise superimposed on the image. The simulation results allowed concluding about the probability of assumption of the normal law of distribution of moments and moment invariants depending on their type, namely on the complexity of nonlinear functional transformations providing insensitivity of invariants to affine distortions.

Keywords: pattern recognition, moments, moment invariants, Pearson's chi-squared test, noise distribution laws.