МЕТОДИКА ФОРМИРОВАНИЯ ПОРОГОВОГО УРОВНЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РЕШАЮЩЕЙ СТАТИСТИКИ c^2 ДЛЯ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ

К. т. н. И. В. Цевух, Р. М. Добош

Одесский национальный политехнический университет
Украина, г. Одесса
itsevukh@gmail.com, dobosh.rostislav@gmail.com

Предложена методика приближенного оценивания плотности вероятности решающей статистики c^2 и способ формирования порога, стабилизирующего вероятность ложной тревоги, при использовании данной статистики в задачах обнаружения полезного сигнала в условиях аддитивной смеси коррелированной и некоррелированной гауссовых помех.

Ключевые слова: отношение правдоподобия, достаточная статистика, ковариационная матрица.

Обеспечение высокой помехозащищенности является одной из важнейших задач многих радиолокационных приложений. При этом для обнаружителей, функционирующих в условиях сложной быстроменяющейся помеховой обстановки и использующих критерий Неймана — Пирсона, необходимо сохранение постоянного значения вероятности ложной тревоги.

Целью данной работы является разработка методики приближенного оценивания плотности вероятности решающей статистики c^2 и формирования порога, стабилизирующего вероятность ложной тревоги при использовании этой статистики в задачах обнаружения полезного сигнала в условиях аддитивной смеси коррелированной и некоррелированной помех.

Известно [1], что для гауссовых моделей сигнала и помех синтезированная на основе теста отношения правдоподобия структура оптимального обнаружителя определяется достаточной статистикой вида

$$d = X^* Q X, \tag{1}$$

где X — N-мерный вектор входного процесса; $*$ — знак комплексного сопряжения и транспонирования; $Q = \left[B_\Pi^{-1} - (B_\text{С} + B_\Pi)^{-1} \right]$ — матрица обработки; $B_\text{С}$ и B_Π — ковариационные матрицы сигнала и помехи.

Знание вида распределения статистики (1) позволяет при радиолокационном наблюдении объекта решать ряд практически важных задач, таких как обеспечение требуемых показателей качества решаемой задачи, выбор требуемых порогов принятия решения, управление длительностью процесса принятия решения при использовании последовательных решающих правил и т. п.

В [2] было получено точное аналитическое выражение для функции распределения вероятностей квадратичного функционала (КФ) от стационарного гауссового процесса. Предложенная методика, основанная на вычислении значений характеристической функции в плоскости комплексной переменной с помощью теории вычетов, характеризуется сложностью реализации и не нашла практического применения. Кроме того, приведенный подход ограниченно пригоден в случае наличия близких по величине собственных чисел матрицы Q.

В [3] предложен способ вычисления законов распределения КФ комплексных гауссовых векторов путем их интегральных представлений, численно интегрируемых стандартными функциями математических приложений современных компьютеров. К сожалению, оба подхода являются сложными в вычислительном плане при использовании их в реальном времени для определения значения порога, соответствующего заданной вероятности ложной тревоги.

Для ряда практических приложений допустимым оказывается использование вместо оптимальной системы обработки упрощенного, одноканального по доплеровской частоте сигнала, обнаружителя. В [4] для решения задачи обнаружения гауссового сигнала на фоне гауссовых помех предложено использовать достаточную статистику

$$c^2 = X^* B_\Pi^{-2} X. \tag{2}$$

Для оценки плотности вероятности решающей статистики (2) был использован аппарат статистических критериев согласия. С целью повышения достоверности результатов применены два критерия согласия: Пирсона и Колмогорова — Смирнова. Оказалось, что из нескольких типов непрерывных распределений, которые проверялись на согласие, с эмпирическим распределением достаточной статистики c^2 с уровнем значимости $\gamma = 0,05$ согласуется гамма-распределение [1] со смещенным параметром. Таким образом, есть основания полагать, что плотность распределения решающей статистики (2) с определенной точностью описывается гамма-распределением с параметрами

$$a = 0,95Tr^2 B_{\Pi}^{-1} \big/ TrB_{\Pi}^{-2}; \quad b = TrB_{\Pi}^{-1},$$

где Tr — след матрицы.

К сожалению, при использовании гамма-распределения решающей статистики c^2 для оценки порогового уровня, стабилизирующего заданные вероятности ложной тревоги, были получены неудовлетворительные результаты. Это можно объяснить недостаточным качеством совпадения предложенного и истинного распределений исследуемой статистики в области «хвостов».

Была рассмотрена возможность формирования порога по первым моментам процесса на входе решающего устройства. Для этого методом статистического моделирования были получены оценки пороговых уровней для ряда помеховых ситуаций, когда отношение «некоррелированная помеха (НП) / коррелированная помеха (КП)» изменялось в пределах от –30 до –40 дБ, значение первого межпериодного коэффициента корреляции КП — от 0,1 до 0,9 с шагом 0,1 и от 0,9 до 0,99 с шагом 0,01, форма спектра флуктуаций КП — резонансная и гауссовая, размерность вектора входного процесса $N = 3$, значение вероятности ложной тревоги $F = 10^{-3}$. По полученным экспериментальным данным с использованием аппарата множественного регрессионного анализа была получена следующая зависимость значения порогового уровня для выбранных исходных данных от оценок среднего $\hat{m}$ и среднеквадратического отклонения $\hat{\sigma}$ решающей статистики

$$C_0 = \begin{cases} b_{00} + b_{00}\hat{m} + b_{02}\hat{\sigma}, \text{если } \hat{m} \le m_0; \\ b_{10} + b_{11}\hat{m} + b_{12}\hat{\sigma}, \text{если } \hat{m} > m_0, \end{cases} \qquad (3)$$

где для указанных выше помеховых ситуаций $b_{00} = 1,85$; $b_{01} = -1,19$; $b_{02} = 8,58$; $b_{10} = -37,8$; $b_{11} = 7,16$; $b_{12} = 2,36$; $m_0 = 100$.

Анализ модели (3) показывает, что на пороговый уровень влияют оба регрессанта. Наличие корреляционной зависимости между экзогенными переменными свидетельствует о наличии в модели явления мультиколлинеарности. Из сравнения расчетной t-статистики коэффициентов уравнения с табличным значением для доверительной вероятности 0,95 можно заключить, что только вторые коэффициенты в уравнениях регрессии (3) значимы. И, наконец, согласно критерию Фишера данная модель является адекватной, так как уровень значимости модели существенно меньше 0,00001.

В заключении отметим, что использование (3) для формирования порога, стабилизирующего вероятность ложной тревоги, повышает возможность практического применения статистики c^2 при построении адаптивных обнаружителей в радиолокационных приложениях.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Введение в статистическую теорию связи / Мидлтон Д.— Москва: Сов. радио, т. 1, 1961,т. 2, 1962.

2. ПроскуринВ. И. Распределение вероятностей квадратичного функционала от гауссовского случайного сигнала // Радиотехника и электроника.— 1985.— Т. 30, № 7.— С. 1335—1340.

3. Леховицкий Д. И., Флексер П. М., Полишко С. В. О вычислении законов распределения квадратичных форм комплексных нормальных векторов // Прикладная радиоэлектроника.— 2011.— Т. 10, № 4.— С. 456–461.

4. Цевух И.В. Алгоритм обработки гауссовых сигналов в условиях гауссовых помех // Радиоэлектроника.— 1988.— № 12.— С. 53—54.

I. V. Tsevukh, R. M. Dobosh

Method of the threshold level forming when using the c^2 decisive statistics for radar applications

The authors propose a technique for rough estimation of the probability density of the c^2 decisive statistics and a method for threshold forming for stabilizing the likelihood of a false alarm using this statistics in problems of detecting a useful signal under conditions of an additive mixture of correlated and uncorrelated Gaussian noises.

Keywords: likelihood ratio, sufficient statistics, covariance matrix.