

УДК 621.382.002

ЗАСТОСУВАННЯ ХАРАКТЕРИСТИЧНИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ОПИСУ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ ПОХИБОК КОМБІНОВАНИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОПЕРАЦІЙ

Д. т. н. А. П. Бондарев, Н. І. Нестор

Національний університет «Львівська політехніка»

Україна, м. Львів

bondap@ukr.net, natalia.nestor@gmail.com

У доповіді показано, що застосування математичного апарату характеристичних функцій для опису випадкових величин значно зменшує обчислювальні витрати на аналіз технологічних процесів, складених із технологічних операцій різної фізичної природи. Зокрема показано, що можливості запропонованого методу значно більші, ніж у апроксимації фактичних розподілів відхилень параметрів технологічних операцій від нормативних значень.

Ключові слова: технологічний процес, оптимізація, моделювання.

Статистичний аналіз та оптимізація технологічних процесів (ТП) серійного виготовлення радіоелектронної апаратури є важливою науково-прикладною задачею. Такі технологічні процеси можна розглядати як складні перетворюючі системи з великою кількістю вхідних і вихідних змінних, які мають випадковий характер, але з достатньо стабільними характеристиками [1]. Побудову моделей ТП та їх аналіз значно ускладнює велика кількість технологічних операцій (ТО), з яких складені ТП, та різноманітна фізична природа цих операцій. Сучасними напрямками аналізу імовірнісних моделей ТП є або спроби аналітичної апроксимації реальних розподілів похибок ТО, або урахування реальних розподілів із використанням громіздких числових методів.

У цій роботі показано застосування відомого апарату характеристичних функцій [2] до представлення складних розподілів та їх комбінацій. Застосування методу полягає у взаємно однозначному перетворенні розподілу $p(x)$ у характеристичну функцію $g(\lambda)$:

$$p(x) \leftrightarrow g(\lambda),$$

де x – нормоване відхилення від нормативного значення параметру.

Для комбінованих законів розподілу, характерних для технологічних процесів, які складаються з декількох ТО, справедливий вираз

$$p(x) \leftrightarrow g(\lambda) = g_1(\lambda) g_2(\lambda),$$

де $g_1(\lambda)$ і $g_2(\lambda)$ – характеристичні функції розподілів $p_1(x)$ та $p_2(x)$, які описують парціальні операції. Використання цього виразу значно зменшує громіздкість обчислень під час аналізу складних технологічних процесів.

Проведено обчислювальні експерименти з відновлення складних розподілів, які не піддаються аналітичній апроксимації. Результати одного з таких експериментів, наведені на рис. 1, показують, що точність відновлення становить біля 10^{-13} , що недосяжно для аналітичних апроксимацій.

Не завжди розподіл похибок параметрів ТО можна описати відомим аналітичним виразом (рис. 1). Для таких випадків використовуємо ступінчасту функцію густини розподілу імовірностей. Характеристична функція для такого розподілу визначається з такого співвідношення:

$$g_{ст}(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-i\lambda x) dx = \sum_{k=1}^N y_k \times \int_{x_{k-1}}^{x_k} \exp(-i\lambda x) dx = \frac{i}{\lambda} \sum_{k=1}^N y_k (\exp(-i\lambda x_k) - \exp(-i\lambda x_{k-1}))$$

Моделі базових операцій, які утворюють ТП, описані у [3]. Застосувавши метод характеристичних функцій до послідовності двох технологічних операцій, отримаємо результуючий комбінований розподіл, зображений на рис. 2, в.

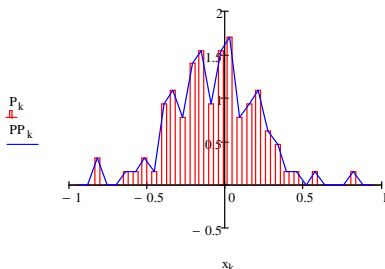


Рис. 1. Заданий (стовпчики) та відновлений (крива) багатомодальний закон розподілу похибок параметрів ТО

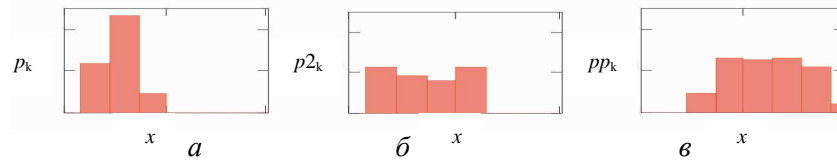


Рис. 2. Парціальні (а, б) та результуючий (в) закони розподілу похибок ТО

Порівняння парціальних розподілів відхилень від нормативних параметрів ТО (рис. 2, а, б) та результуючого розподілу показує, що відбувся як зсув середнього значення, так і «розмиття» розподілу похибки. Досягнення такого результату іншими аналітичними та числовими методами є проблематичним, а подекуди і неможливим. Застосування даного підходу дозволяє адекватно враховувати операції вимірчого контролю, які розділяють потік по принципу «придатний-брак», які також змінюють розподіл похибок.

Для операцій вимірчого контролю з розділенням по верхніх границях всіх параметрів характеристична функція розподілу визначається з виразу:

$$g_s(\lambda) = g_v(\lambda) g_u(\lambda) = g_v(\lambda) \exp(-0,5(K_s \lambda, \lambda)),$$

де v — випадковий вектор із корельованими компонентами, який відображає відносні відхилення параметрів від номінальних; u — нормовані похибки вимірювань; $s = v + u$ — вектор результату вимірювань; K — кореляційна матриця вектора s .

Контрольна операція (КО) розділяє вироби по заданих порогових значеннях похибок a . Після розділення по верхніх порогових значеннях вектора a для потоку виробів, які прийняті як придатні, густина розподілу параметрів з урахуванням похибок вимірювання набирає вигляду:

$$w_t(t) = \begin{cases} w_s(t) / c & \text{при } t \leq a, \\ 0 & \text{при } t > a, \end{cases}$$

$$\text{де } c = \int_{-\infty}^{a_1} \dots \int_{-\infty}^{a_n} w_s(\xi_1, \dots, \xi_n) d\xi_1 \dots d\xi_n = \int_{-\infty}^a w_s(\xi) d\xi \text{ та } w_s(s) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i(\lambda, s)) g_s(\lambda) d(\lambda).$$

Характеристична функція в скороченому запису відповідно має вид

$$g_t(\lambda) = \int_{-\infty}^a \exp(i(\lambda, t)) w_t(t) dt.$$

Таким же способом можна отримати функцію для КО з розділенням по нижній границі допуску. Для цього слід поміняти знак вектора похибок δ_u і модифікувати межі інтегрування.

Таким чином, показано можливість адекватного представлення довільних розподілів та їх комбінацій за допомогою апарату характеристичних функцій. Результуючі комбінаційні розподіли дають можливість отримати будь-які необхідні точкові та інтервальні оцінки відхилень від нормативних значень параметрів технологічного процесу, зокрема урахування обмежуючих функцій контрольних операцій.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Ивахненко А. Г., Юрачковский Ю. П. Моделирование сложных систем по экспериментальным данным. Москва: Радио и связь, 1987.
2. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. — Москва: ГИФМЛ, 1960.
3. Мотика І. І., Нестор Н. І. Аналіз похибок технологічних операцій з використанням характеристичних функцій // Вісн. ДУ «Львівська політехніка». — 2002. — № 444. — С. 57–60.

Bondariev A. P., Nestor N. I.

Application of characteristic functions for describing the law of error distribution for combined process operations.

The paper shows that the use of mathematical tools of the characteristic functions to describe random variables significantly reduces the computational complexity of the analysis of a technological process composed of manufacturing operations of different physical nature. It was shown that the potential of the proposed method is much larger than the approximation of the actual distribution of deviations of technological operations parameters from normative values.

Keywords: *model, process optimization, simulation.*