

УДК 621.396

УСКОРЕНИЕ ПРОЦЕССА МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ БОЛЬШОЙ РАЗМЕРНОСТИ

А. А. Лашков, А. В. Прикота, к. ф.-м. н. А. С. Еремин, А. С. Перов, А. В. Морозов

ООО «Эремекс»
Россия, г. Санкт-Петербург
prikota@spb.prosoft.ru

Рассмотрены проблемы моделирования электронных схем большой размерности. Предложен метод ускорения процесса моделирования за счет использования декомпозиционного подхода к решению систем линейных алгебраических уравнений. Проведена практическая оценка эффективности алгоритма. Результаты исследования используются в пакете схемотехнического моделирования SimOne®.

Ключевые слова: схемотехническое моделирование, СЛАУ, декомпозиция, дополнение Шура.

Моделирование электронных схем большой размерности сопряжено с большими вычислительными затратами. Основные пути снижения временных затрат – декомпозиция задачи и использование параллельных вычислений. В настоящей работе для ускорения процесса предложен метод декомпозиции задачи за счет использования блочно-окаймленных матриц.

Процесс моделирования электронных схем обычно включает в себя следующие виды анализа:

1. *Анализ по постоянному току.* Поведение схемы в режиме постоянного тока описывается системой нелинейных алгебраических уравнений. Ее решение производится методом Ньютона, требующим на каждой итерации решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Количество итераций определяется сложностью и размерностью моделируемой схемы и может достигать сотен для решения одной нелинейной системы.

2. *Частотный анализ.* Для построения частотных характеристик схемы необходимо решать СЛАУ с комплексными числами. Количество решений такой СЛАУ при изменении частоты определяется пользователем и в среднем составляет от нескольких сотен до десятков тысяч.

3. *Временной анализ.* Расчет переходных процессов схемы производится методами численного интегрирования систем дифференциальных уравнений. На каждом шаге численного интегрирования обычно требуется решить несколько СЛАУ. Количество шагов интегрирования исходной системы, как правило, варьируется от нескольких сотен до миллиона и более, а количество решений СЛАУ обычно варьируется от нескольких тысяч до миллионов.

4. *Анализ устойчивости схемы* включает в себя решение задачи нахождения определителя комплексной матрицы. Нахождение определителя по затратам и по реализации сравнимо с решением СЛАУ, а количество вычислений детерминанта в зависимости от сложности и размерности схемы может достигать десятков тысяч.

5. *Анализ периодических режимов.* Для нахождения периодических режимов схемы применяется метод Ньютона, который предполагает решение нескольких систем линейных алгебраических уравнений с плотной матрицей чувствительностей размерностью, равной размерности матрицы системы. Применение прямых методов решения СЛАУ даже для сравнительно небольших схем становится нецелесообразным. Поэтому стараются применять итерационные методы.

Таким образом, основное время в процессе моделирования тратится на решение СЛАУ. Как правило, при этом используется процесс *LU*-разложения матрицы системы, который в рассматриваемом случае очень плохо распараллеливается, что связано с сильной разреженностью матрицы и ее характерной структурой.

$$\begin{bmatrix} A_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & B_1 \\ \mathbf{0} & A_2 & \cdots & \mathbf{0} & B_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & A_m & B_m \\ C_1 & C_2 & \cdots & C_m & Q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \\ b_q \end{bmatrix}$$

Рис. 1. Система уравнений с блочно-окаймленной матрицей

Количество операций для решения СЛАУ оценивается как $O(n^3)$ для плотных матриц и эвристически как $O(n^2)$ для разреженных [1]. Однако если матрица имеет блочно-окаймленный вид (см. рис. 1), то использование принципа дополнения Шура позволяет существенно снизить количество совершаемых операций [2]. Это достигается за счет независимого решения малых систем с матрицами, являющимися диагональными блоками матрицы исходной системы. Даже в случае полного заполнения ненулевых блоков матрицы оценка числа операций существенно ниже, чем n^3 .

Кроме того, процесс решения системы с блочно-окаймленной матрицей легко распараллеливается. Использование технологий параллельных вычислений также позволяет существенно увеличить скорость решения СЛАУ на компьютерах с многоядерной архитектурой процессора и при использовании графических ускорителей GPU [3]. В связи с этим, целесообразно использовать алгоритм [4], приводящий матрицу к указанному виду.

В таблице приведены результаты сравнений решения нескольких СЛАУ из коллекции разреженных матриц [5] прямым методом LU -разложения (П) и с помощью приведения к блочно-окаймленному виду (Б).

Матрица	Размерность	Заполнение, %	Время решения, с		Ускорение, раз
			П	Б	
bcsstk34	588	6,36	0,372	0,070	5,1
mnc01050	1050	2,74	3,965	0,113	35,2
bcsstm13	2003	0,59	0,551	0,202	2,72
c-18	2169	0,37	0,813	0,072	11,3
bcsstk24	3562	1,29	98,198	1,755	55,9
c-37	8204	0,12	29,038	3,571	8,13
sit100	10262	0,06	238,605	3,732	63,9
tuma2	12992	0,03	51,138	1,168	43,7
ncvxp9	16554	0,02	62,203	4,176	14,9
rail_20209	20209	0,04	129,676	4,455	29,1
Dtoc	24993	0,01	7,817	1,506	5,2
ncvxbqp1	50000	0,02	8494,010	385,000	22,0

Как видно из результатов, использование алгоритма позволяет на порядок ускорить процесс получения решения СЛАУ и, следовательно, моделирования схем.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Vladimirescu A. The Spice Book — John Wiley & Sons, Inc. 1994.
2. Najm F. M. Circuit Simulation — John Wiley & Sons, Inc. 2010.
3. Прикота А. В., Еремин А. С., Морозов А. В., Перов А. С. Аспекты схемотехнического моделирования с применением графических ускорителей. Доклады конференции CAD/CAM/PDM-2012.— Россия, Москва.— 2012. С. 258—262.
4. Sangiovanni-Vincentelli A., Chen L.-K., Chua L.O. An Efficient Heuristic Cluster Algorithm for Tearing Large Scale Networks // IEEE Transactions on Circuits and Systems.— 1977.— Vol. CAS24, No. 12. — P. 709–717.
5. Tim Davis. The University of Florida Sparse Matrix Collection // <http://www.cise.ufl.edu/research/sparse/matrices/index.html>, 2013.

A. A. Lashkov, A. V. Prikota, A. S. Eremin, A. S. Perov, A. V. Morozov
Accelerating the process of modeling electronic circuits of large dimension.

Problems of large dimension circuits simulation are considered. A method of speeding-up the simulation process is suggested. Systems of linear algebraic equations are to be first reduced to border-block diagonal form and then solved with Schur complement method. Test computations proving the effectiveness of the method were held. The approach is used in Electronic circuit simulator SimOne®.

Keywords: *circuit simulation, SLAE, decomposition, Schur complement.*