УДК 621.396.96

О ПОСТРОЕНИИ АДАПТИВНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ ГАУССОВОГО СИГНАЛА В УСЛОВИЯХ ГАУССОВЫХ ПОМЕХ

К. т. н. И. В. Цевух, А. И. Малюта

Одесский национальный политехнический университет
Украина, г. Одесса
itsevukh@gmail.com, antin.maliuta@gmail.com

Снижена вычислительная сложность квазиоптимального по критерию отношения правдоподобия алгоритма обнаружения гауссового сигнала в условиях гауссовых помех, что позволило улучшить возможности его практического применения. Приведены результаты исследования эффективности этого алгоритма методом статистического моделирования

Ключевые слова: отношение правдоподобия, достаточная статистика, ковариационная матрица.

В [1] и [2] для решения задачи обнаружения импульсного сигнала на фоне гауссовых помех с неизвестными корреляционными свойствами предложено использовать достаточные статистики

$$T^2 = X^* \hat{B}_\Pi^{-1} X \ ; \tag{1}$$

$$C^2 = X^* \hat{B}_\Pi^{-2} X \ , \tag{2}$$

где X — N-мерный вектор выборочных отсчетов входного процесса; $\hat{B}_\Pi$ — оценка максимального правдоподобия ковариационной матрицы помехи; $*$ — знак комплексного сопряжения и транспонирования.

T^2 представляет собой статистику Хотеллинга для проверки гипотезы H_0: X — принадлежит гауссовому распределению $N(0, B_\Pi)$ (только помеха) против альтернативы H_1: выборка принадлежит гауссовому распределению $N(\mu, B_\Pi)$, $\mu \neq 0$ (помеха + сигнал) для неизвестной ковариационной матрицы помехи B_Π и конечного объема выборки n. Статистика C^2 получена из отношения правдоподобия при допущении, что уровень полезного сигнала мал по сравнению с уровнем коррелированных помех, а разрешающая способность по доплеровской фазе сигнала игнорируется. Для гауссовых моделей сигнала и помех алгоритмы обнаружения, построенные на базе обеих этих статистик, по критерию отношения правдоподобия являются подоптимальными. В [2] показано, что эффективность алгоритма, использующего статистику C^2, по вероятностным показателям для данных моделей сигнала и помех оказывается выше, чем у алгоритма, использующего статистику Хотеллинга T^2. Тем не менее, построение систем обработки на базе (2) затруднено из-за необходимости дополнительного, по сравнению с (1), умножения на оценку обратной ковариационной матрицы помехи.

Целью данной работы является преобразование алгоритма на базе статистики C^2 так, чтобы снизить его вычислительную сложность без потери в эффективности и тем самым повысить возможность его практического применения.

Для этого запишем (2) следующим образом:

$$C^2 = X^* \hat{B}_\Pi^{-2} X = X^* \hat{B}_\Pi^{-1} \hat{B}_\Pi^{-1} X = Z^* Z = |Z|^2, \tag{3}$$

где $Z = \hat{B}_\Pi^{-1} X$.

Вектор Z можно представить в виде

$$Z^* = X^* \left[V_N^{(1)}, V_N^{(2)}, \ldots, V_N^{(i)}, \ldots, V_N^{(N)} \right], \tag{4}$$

где $V_N^{(i)} = \hat{B}_\Pi^{-1} e_i$; e_i — i-й столбец единичной матрицы I_N размера N×N.

Отметим, что вектор $V_N^{(i)}$ совпадает с i-м столбцом матрицы $\hat{B}_\Pi^{-1}$.

Преобразуем (4) следующим образом:

$$Z^* = \left[X^* V_N^{(1)}, X^* V_N^{(2)}, \ldots, X^* V_N^{(i)}, \ldots, X^* V_N^{(N)} \right]. \tag{5}$$

С учетом (5) решающую статистику (2) можно представить в виде

$$C^2 = \left| \left[X^* V_N^{(1)}, X^* V_N^{(2)}, \ldots, X^* V_N^{(i)}, \ldots, X^* V_N^{(N)} \right] \right|^2. \tag{6}$$

Каждый элемент z_i вектора Z в (5) можно трактовать как результат прохождения входного процесса X через нерекурсивный фильтр с весовыми коэффициентами $V_N^{(i)}$. Структурная схема, реализующая алгоритм (6), представлена на рис. 1, где $\Phi^{(i)}$ – нерекурсивный фильтр с весовыми коэффициентами $V_N^{(i)}$, $|\cdot|^2$ – операция вычисления квадрата модуля комплексного вектора.

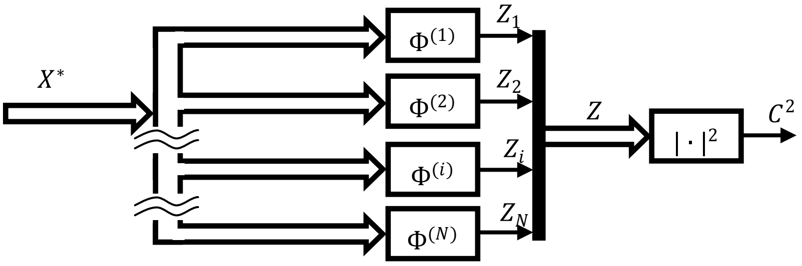

Рис. 1. Структурная схема, реализующая статистику C^2

Пользуясь аналогичным приемом, преобразуем алгоритм (1), реализующий статистику Хотеллинга, к виду

$$T^2 = X^* \hat{B}_{\Pi}^{-1} X = Z^* X = \left[X^* V_N^1, X^* V_N^2, \dots, X^* V_N^{(i)}, \dots, X^* V_N^{(N)},\right] X. \quad (7)$$

Структурная схема, реализующая алгоритм (7), представлена на рис. 2, где $\times$ — комплексный умножитель, $(*)$ — операция комплексного сопряжения и транспонирования.

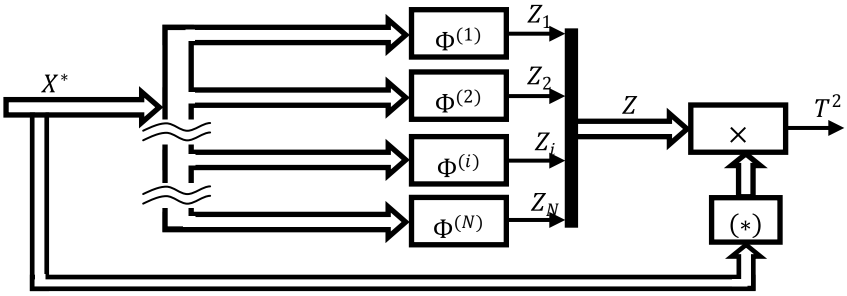

Рис. 2. Структурная схема, реализующая алгоритм Хотеллинга

Сравнивая алгоритмы (6) и (7) и их графическую интерпретацию, видим, что в таком представлении вычислительная сложность алгоритма, реализующего статистику C^2, не выше, чем алгоритма на базе статистики T^2.

Этот вывод с учетом результатов проведенного методом статистического моделирования исследования эффективности (6) и (7) улучшает возможность практического применения статистики C^2 для построения адаптивного обнаружителя гауссового сигнала в условиях гауссовых помех.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Бартенев В. Г., Шлома А. М. О построении адаптивного обнаружителя импульсных сигналов на фоне нормальных помех с неизвестными корреляционными свойствами // Радиоэлектроника. — 1978.— № 2.— С. 3—8.

2. Цевух И. В. Алгоритм обработки гауссовых сигналов условиях гауссовых помех // Радиоэлектроника.— 1988.— № 12.— С. 53—54.

I. V. Tsevukh, A. I. Maliuta

On designing adaptive detectors for Gaussian signal in Gaussian noise.

The authors have reduced computational complexity of the quasi-optimal likelihood ratio algorithm for Gaussian signal detection in Gaussian noise, thus improving its practical application. The results are given for the research on the effectiveness of this algorithm by the method of statistical modeling.

Keywords: *likelihood ratio, sufficient statistics, covariance matrix.*