

УДК 621.391.833.64

АЛГОРИТМЫ ВОССТАНОВЛЕНИЯ НЕРАВНОМЕРНО ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ КООРДИНАТАМИ ОТСЧЕТОВ

Д. т. н. С. В. Поршневу, Д. В. Кусайкину

Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина
Россия, г. Екатеринбург
sergey_porshnev@mail.ru, kusaykin@mail.ru

Представлены результаты исследования двух алгоритмов восстановления дискретных сигналов, заданных на неравномерной временной сетке с неизвестными местами выборок, заданных случайной величиной (джиттером). Получены оценки точности алгоритмов при восстановлении линейного тренда для равномерного и нормального закона распределения джиттера.

Ключевые слова: неравномерная дискретизация, восстановление, интерполяция.

Дискретные сигналы с неравномерной частотой дискретизации возникают во многих областях: в АЦП и ЦАП вследствие вариаций тактовых импульсов; в лазерной доплеровской анемометрии, при измерении скорости частиц и т. д. Описание некоторых методов восстановления можно найти, например, в [1, 2]. В большинстве подобных работ неявно предполагается, что координаты узлов неравномерной временной сетки известны точно. Однако на практике часто местоположения отсчетов на временной оси точно неизвестны. В этом случае априори можно ожидать, что ранее разработанные методы восстановления неравномерно дискретизированных сигналов окажутся неработоспособными.

Целью данной работы является исследование алгоритмов восстановления ограниченного по спектру дискретного сигнала, заданного на неравномерной сетке

$$t_i = iT + \tau_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

где T – период дискретизации; τ_i – случайная величина (джиттер), точные значения которой неизвестны, $\tau_i \in (-T/2, T/2)$.

Предположим, имеется последовательность значений сигнала $x(t_i) = x_i$, заданного в узлах неравномерной сетки (1). Требуется восстановить сигнал $x(t)$ в узлах равномерной временной сетки

$$\eta_m = mT_1, \quad m = 1, 2, 3, \dots, M, \quad t_1 \leq \eta_1. \quad (2)$$

В настоящей работе используются следующие алгоритмы восстановления.

Алгоритм восстановления дискретного сигнала № 1

1. Задание равномерной временной сетки (2).
2. Восстановление с помощью линейной интерполяции значений дискретного сигнала в узлах временной сетки (2) на основе табличных значений сигнала $[iT, x_i]$.

Алгоритм восстановления дискретного сигнала № 2

1. Задание числа узлов r неравномерной временной сетки, равного количеству узлов восстанавливаемого сигнала x_i . Задание равномерной временной сетки (2).
2. Восстановление значений дискретного сигнала в узлах временных сеток $(i-T/2)T$ и $(i+T/2)T$ на основе табличных значений сигнала $[iT, x_i]$, соответственно, $u1_i$ и $u2_i$, $i = \overline{1, r}$.
3. Вычисление разностей $|u1_i - x_i|$, $|u2_i - x_i|$ и сравнение их значений друг с другом: при выполнении условия $|u1_i - x_i| \leq |u2_i - x_i|$ принимаем, что τ_i в (1) имеет отрицательный знак, в противном случае — положительный знак.
4. Генерация в соответствии с заданным законом распределения набора случайных чисел ζ_i .
5. Сравнение знаков ζ_i, τ_i . Если $\text{sign}(\zeta_i) = \text{sign}(\tau_i)$, то $\delta_i = \zeta_i$, иначе повторить пункт 4.

б. Восстановление сигнала u_m в узлах сетки (2) на основе табличных значений $[iT + \delta_i, x_i]$.

Для исследования этих двух алгоритмов было проведено численное моделирование восстановления линейного тренда

$$x(t) = 0,1t, \quad (3)$$

значения $x(t_i)$ которого были вычислены в узлах временной сетки $t_i = i + \tau_i, i = \overline{1,10}$.

Для оценки точности восстановления исходного сигнала использовалось отношение мощности сигнала к мощности ошибки восстановления (Signal-to-Error Ratio – SER):

$$SER = 10 \log \left(\frac{\sum_{m=1}^M x_m^2}{\sum_{m=1}^M (x_m - \hat{x}_m)^2} \right), \quad (4)$$

где x_m – значения исходного сигнала, вычисленные в узлах равномерной сетки (2); \hat{x}_m – восстановленный сигнал в узлах равномерной сетки (2).

Для повышения достоверности оценок точности восстановления сигнала в соответствии с описанными выше алгоритмами был применен метод Монте-Карло. В качестве восстановленных значений сигнала принимались средние по ансамблю реализации значения сигнала. В проведенных вычислительных экспериментах в качестве δ_i использовались случайные числа, генерируемые в соответствии с равномерным законом распределения случайной величины (ЗРСВ) и областью рассеяния случайной величины $[-0,5, 0,5]$, а также случайные числа, генерируемые в соответствии с нормальным законом распределения с $N(0, 1/3\sqrt{12})$, число шагов метода Монте-Карло равнялось 1000, $M = 100$.

Результаты восстановления линейного тренда в соответствии с алгоритмами № 1–2

Алгоритм восстановления	Среднее значение SER, дБ, равномерный ЗРСВ δ_i .	Дисперсия SER, равномерный ЗРСВ δ_i .	Среднее значение SER, дБ, нормальный ЗРСВ δ_i .	Дисперсия SER, нормальный ЗРСВ δ_i .
№ 1	28,4	1,7	38,2	2,2
№ 2	30,9	2,3	39,9	2,5

Из таблицы видно, что алгоритм № 2 имеет более высокие средние значения параметра SER, чем алгоритм № 1. Средние значения параметра SER при нормальном ЗРСВ δ_i выше, чем при равномерном ЗРСВ δ_i . Данный результат объясняется тем, что в рассмотренных случаях дисперсия нормального ЗРСВ δ_i выбиралась из условия $3\sigma = \Delta / \sqrt{12}$, где Δ – размер области рассеяния случайной величины δ_i с равномерным законом распределения. В таком случае получается, что при равномерном ЗРСВ δ_i «эффективный» размер джиттера в $3\sqrt{3}$ раза больше аналогичной величины при нормальном законе распределения.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Selva J. Functionally weighted Lagrange interpolation of band-limited signals from nonuniform samples // IEEE Transactions Signal Processing.— 2009.— Vol. 57, N 1.— P.168—181.
2. Marvasti F. Recovery of signals from nonuniform samples using iterative methods // IEEE Transactions on signal processing.— 1991.— Vol. 39, N 4.— P. 872—878.

S. V. Porshnev, D. V. Kusaykin

Signal recovery algorithms for non-uniformly sampled signals with unknown locations.

The authors consider two algorithms for reconstruction of non-uniform discrete-time signals with unknown sample locations. Reconstruction errors of each algorithm are given. Numerical modeling was made for linear trend with uniform and normal distribution of time jitter.

Keywords: *non-uniform discrete-time signal, reconstruction, interpolation.*