

УДК 621.396.96:519.216

НОВЫЕ «СВЕРХРАЗРЕШАЮЩИЕ» ПЕЛЕНГАТОРЫ ИСТОЧНИКОВ ШУМОВЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ С ВЫСОКИМ БЫСТРОДЕЙСТВИЕМ

Д. т. н. Д. И. Леховицкий, к. т. н. Д. В. Атаманский, Д. С. Рачков, А. В. Семеняка

Харьковский национальный университет радиоэлектроники
Украина, г. Харьков
dmitry.letters@gmail.com

Сравниваются требования к объему обучающей выборки в оценках корреляционной матрицы входных воздействий для ряда известных «сверхразрешающих» алгоритмов пеленгации точечных источников шумовых излучений. Исследуются причины их различий и предлагаются новые разновидности с повышенной устойчивостью к конечности объема обучающей выборки.

Ключевые слова: статистические и нестатистические критерии разрешения, спектральные функции, оценка максимального правдоподобия, объем выборки, адаптивный решетчатый фильтр.

К настоящему времени предложено большое число алгоритмов пеленгации точечных источников шумовых излучений, разрешающая способность которых выше рэлеевского предела, определяющегося размером апертуры антенной решетки (АР). Общей чертой большинства из них является зависимость формируемых ими спектральных функций (СФ) от корреляционной матрицы (КМ) $\Phi = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^M = \overline{\mathbf{y}_\ell \cdot \mathbf{y}_\ell^*}$ M -мерных векторов $\mathbf{y}_\ell = \{y_i^{(\ell)}\}_{i=1}^M$, $\ell \in 1, N$, комплексных амплитуд анализируемого процесса на выходах M пространственных каналов приема (элементов (модулей) ФАР). Эта матрица обычно априори неизвестна, а вместо нее используется та или иная ее оценка, формируемая по обучающей выборке неизбежно конечного и зачастую достаточно малого объема. Практически наиболее интересны «быстродействующие» алгоритмы пеленгации с лучшими характеристиками именно в этой «адаптивной» ситуации, которые могут быть не обязательно лучшими и в гипотетических условиях известной КМ или при асимптотически больших объемах обучающей выборки.

Цель данной работы — сопоставить «быстродействие» (требования к объему обучающей выборки) некоторых известных «сверхразрешающих» алгоритмов пеленгации, определить причины их различий по этому показателю и на этой основе предложить их новые разновидности с повышенным быстродействием.

«Предельная» разрешающая способность некоторых методов по критерию Рэлея

А. Случайные спектральные функции (СФ) $\hat{S}(\alpha) = S(\alpha, \hat{\Psi})$ рассматриваемых методов пространственно-временного спектрального анализа (ПВ СА) имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{S}_1(\alpha) &= (\mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha))^{-1}, & (\text{МД}) \\ \hat{S}_2(\alpha) &= \omega_{mm} \cdot \left| \mathbf{e}_m^* \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha) \right|^{-2}, \quad m \in 1, M, & (\text{ЛП}) \\ \hat{S}_3(\alpha) &= \frac{\omega_{mm} \cdot \mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha)}{\left| \mathbf{e}_m^* \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha) \right|^2}, \quad m \in 1, M, & (\text{МАК}) \\ \hat{S}_4(\alpha) &= \frac{\mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha)}{\mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \hat{\Psi}^2 \cdot \mathbf{x}(\alpha)}, & (\text{БЛ}) \\ \hat{S}_5(\alpha) &= (\mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \hat{\Psi}^2 \cdot \mathbf{x}(\alpha))^{-1}. & (\text{ТШ}) \end{aligned} \quad (1)$$

СФ $\hat{S}_1(\alpha)$ характеризует метод «минимальной дисперсии (МД)» Кейпона, $\hat{S}_2(\alpha)$ — метод «линейного предсказания (ЛП)» Берга, $\hat{S}_3(\alpha)$ — «модифицированный алгоритм Кейпона (МАК)», $\hat{S}_4(\alpha)$ — метод Борджотти—Лагунаса (БЛ), $\hat{S}_5(\alpha)$ — метод «теплового шума (ТШ)» [1—7].

Во всех СФ $\mathbf{x}(\alpha) = \{x_\ell(\alpha)\}_{\ell=1}^M$ — неслучайный M -мерный вектор фазирования (поиска) в «направлении» α , зависящий от пространственного расположения и характеристик M приемных элементов (модулей) АР. В частности, для линейной эквидистантной АР (ЛЭАР) из идентичных изотропных элементов

$$\mathbf{x}(\alpha) = \{\exp(j \cdot (\ell - (M + 1)/2) \cdot \alpha)\}_{\ell=1}^M, \quad \alpha = 2 \cdot \pi \cdot d \cdot \sin(\theta)/\lambda, \quad (2)$$

где θ — отсчитываемое от нормали АР направление поиска, d — расстояние между ее смежными элементами, λ — длина волны.

Через \mathbf{e}_m в (1) обозначен m -й ($m \in 1, M$) столбец единичной $M \times M$ матрицы \mathbf{I}_M , $(*)$ — знак эрмитового сопряжения.

Б. Свойства параметров СФ (1) определяются свойствами случайной $M \times M$ матрицы

$$\hat{\Psi} = \{\hat{\omega}_{ij}\}_{i,j=1}^M = \hat{\Phi}^{-1}, \quad (3)$$

обратной используемой оценке $\hat{\Phi} = \{\hat{\phi}_{ij}\}_{i,j=1}^M$ априори неизвестной пространственной КМ

$$\Phi = \{\phi_{ij}\}_{i,j=1}^M = \overline{\mathbf{Y}_\ell \cdot \mathbf{Y}_\ell^*} \quad (4)$$

M -мерных случайных векторов комплексных амплитуд $\mathbf{Y}_\ell = \{y_i^{(\ell)}\}_{i=1}^M$ выходных сигналов АР в ℓ -й ($\ell \in 1, L$) дискретный момент времени (черта сверху — символ статистического усреднения).

Важнейшей характеристикой методов пеленгации является их разрешающая способность (р.с.), корректно определяемая различными статистическими критериями [8, 9]. В докладе она характеризуется (нестатистическим) критерием Рэлея, в силу простоты широко используемым в литературе [1, 3].

Разрешающая способность по критерию Рэлея определяется в тестовой ситуации двух ($n = 2$) равномошных ($q_1 = q_2 = q$) источников, которые считаются разрешенными, если «глубина провала» между максимумами $\hat{S}(\alpha_\ell)$, $\ell = 1, 2$, характеризуемая параметром

$$\hat{\gamma} = \hat{S}(\alpha_\ell) / \hat{S}(\alpha_{cp}), \quad \ell \in 1, 2, \quad \alpha_{cp} = (\alpha_1 + \alpha_2)/2, \quad (5)$$

превышает априори выбранный порог γ_0 (обычно $\gamma_0 = 1 \dots 3$ дБ) [1, 3].

В реальной «адаптивной» ситуации этот параметр случаен и поэтому только с той или иной вероятностью может достичь своего «предельного» значения

$$\gamma = S(\alpha_\ell) / S(\alpha_{cp}), \quad \ell \in 1, 2, \quad (6)$$

соответствующего точной матрице $\Psi = \{\omega_{ij}\}_{i,j=1}^M = \Phi^{-1}$ в (1). Оно превысит пороговый уровень γ_0 , если оптимальное отношение сигнал/шум (ООСШ) $q = M \cdot h$ каждого из равномошных источников с ОСШ h в элементах ЛЭАР превысит определенный уровень, различный для каждого из методов и зависящий от относительного углового расстояния между источниками

$$\Delta = (\beta_2 - \beta_1) / \Delta_0, \quad \Delta_0 = 2 \cdot \pi / M. \quad (7)$$

Здесь β_1, β_2 — истинные угловые координаты источников, Δ_0 — полуширина синфазной диаграммы направленности M -элементной ЛЭАР по уровню первых нулей.

Асимптотическое (при $N \rightarrow \infty$) различие между ними количественно иллюстрируется рис. 1, где показаны значения ООСШ q каждого из двух равномошных источников с угловым расстоянием Δ (7) между ними, необходимое для их разрешения в ЛЭАР.

Кривые 1, 2, 3 здесь относятся к методу МД, кривые 4, 5, 6 — к МАК при $\gamma = 1$ (кривые

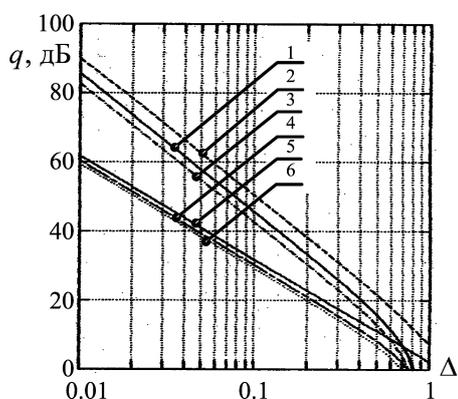


Рис. 1. Значение ООСШ, необходимое для разрешения двух равномошных источников с относительным угловым расстоянием Δ

1, 4) и $\gamma = 2$ (кривые 2, 5). Кривые 3, 6 задают граничные значения $q = q_{cp}$, при которых в точке $\alpha = \alpha_{cp}$ равны нулю вторые производные $d^2 S(\alpha)/d\alpha^2$ соответствующих истинных СФ $S(\alpha)$. При $q \leq q_{cp}$ эти СФ имеют единственный максимум в точке $\alpha = \alpha_{cp}$ и, следовательно, по критерию (5) источники не разрешаются. Они «начинают разрешаться» при

$$\Delta \geq \begin{cases} \Delta_{cp} \approx 1.17/\sqrt[4]{q_{cp}} & \text{для метода МД,} \\ \Delta_{cp} \approx 0.95/\sqrt[3]{q_{cp}} & \text{для МАК.} \end{cases} \quad (8)$$

Значения q_{cp} для остальных методов (1) несколько выше, чем q_{cp} для МАК.

Таким образом, из рассматриваемых методов лучшее «предельное» разрешение по критерию Рэлея обеспечивает МАК, худшее — метод МД Кейпона. Причины этого обсуждаются ниже.

Однако при выборе метода для практического использования нельзя ограничиваться анализом только его «предельных» возможностей, которые, как показано ниже, могут существенно отличаться от достижимых в реальной «адаптивной» ситуации.

Разрешающая способность по критерию Рэлея в «адаптивной» ситуации

В этом случае она определяется законами распределения случайного параметра $\hat{\gamma}$ (5), зависящими от используемых оценок КМ и объема N -обучающей выборки.

В роли этих оценок широко используются оценки максимального правдоподобия (МП-оценки), строящиеся по выборке объема $N \geq M$, вида [3—5]

$$\hat{\Phi} = \{\hat{\varphi}_{ij}\}_{i,j=1}^M = \frac{1}{N} \cdot \sum_{\ell=1}^N \mathbf{y}_{\ell} \cdot \mathbf{y}_{\ell}^* \quad (9)$$

Для такой оценки на рис. 2 показано семейство функций распределения (ф. р.)

$$f_{\hat{\gamma}}(x) = \int_0^x p_{\hat{\gamma}}(y) dy \quad (9a)$$

случайного параметра

$$\hat{\gamma} = \frac{\hat{\gamma}(\alpha_1, \alpha_2)}{\gamma(\alpha_1, \alpha_2)}, \quad \hat{\gamma}(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\hat{S}(\alpha_1)}{\hat{S}(\alpha_2)}, \quad \gamma(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{S(\alpha_1)}{S(\alpha_2)} \quad (9б)$$

методов ЛП, МАК и МД при «эффективном» объеме обучающей выборки $\delta = N - M = 0, 25, 50$ для экспериментально полученных плотностей распределения $p_{\hat{\gamma}}(y)$ этих методов.

Смоделирована ситуация двух ($n = 2$) равномошных источников с относительным расстоянием $\Delta = 0.1$ между ними при $q_1 = q_2 = q = 50.5$ дБ. В этих условиях истинные значения γ равны 2 (3 дБ)

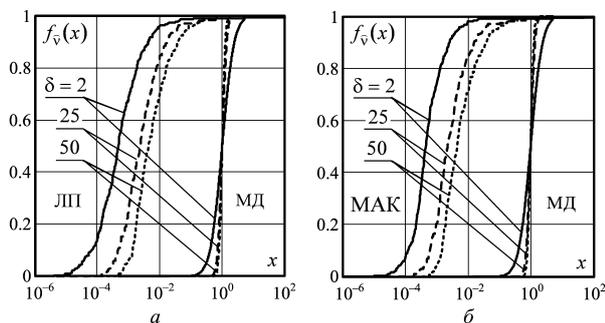


Рис. 2. Семейство ф. р. параметра $\hat{\gamma}$ (9)

для метода МД и $\gamma > 10^3$ (30 дБ) для методов ЛП и МАК.

Наглядно видно, что для метода МД медиана параметра $\hat{\gamma}$ (9б) равна $x = x_0 = 1$ независимо от δ , что полностью согласуется с изложенной выше теорией. В то же время, медианы функций распределения методов ЛП и МАК расположены значительно левее точки $x_0 = 1$ ($x_0 \approx 5 \cdot 10^{-4}$ при $\delta = 2$ и $x_0 \approx 5 \cdot 10^{-3}$ при $\delta = 50$). Поэтому вероятность разрешения P_r этими методами обеспечивается

при выборе порога $\gamma_0 = x_0 \cdot \gamma \ll \gamma$ даже при $\delta \geq 50$. Близкие результаты дают и методы БЛ и ТШ.

Отсюда следует, что асимптотические (при $\delta \rightarrow \infty$) энергетические выигрыши методов (1) по сравнению с методом МД, вытекающие из рис. 1, отнюдь не гарантируют их более высокую, чем методом МД, вероятность разрешения по критерию Рэлея (5) в реальных условиях конечных δ .

Результаты экспериментального сравнения методов (1) в этих условиях приведены на рис. 3 в виде зависимостей $P_r(\delta)$ при $\Delta = 0.8$, $q = 10$ дБ и пороге разрешения $\gamma_0 = 1.5$ (≈ 1.8 дБ), совпадающем со значением γ метода МД. Значения γ других методов указаны в скобках под их названиями.

Как видно из рисунка, в методе МД по мере роста δ вероятность разрешения монотонно увеличивается от $P_r \approx 0.5$ до $P_r \approx 0.75$, т. е. именно так, как она теоретически должна изменяться при

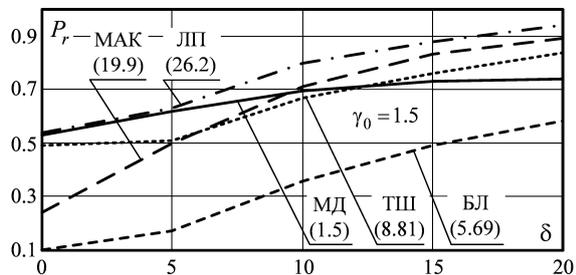


Рис. 3. Результаты экспериментального сравнения методов (1)

$\gamma_0 = \gamma$ [5]. В то же время, остальные методы при малых $\delta \leq 10$ либо весьма незначительно превосходят (ЛП), либо даже уступают методу МД по эффективности, хотя соответствующие им значения $\gamma > \gamma_0$.

Таким образом, при конечных δ все методы (1) имеют существенно худшие статистические свойства, чем метод МД Кейпона. Поэтому их реальная разрешающая способность как по статистическим, так и нестатистическим критериям в этих условиях значительно ниже, чем асимптотическая (при $\delta \rightarrow \infty$). Обсудим причины этих различий и вытекающие из них способы повышения «робастности» методов (1).

Причины отличий статистических свойств и направления их улучшения

Установленное выше «особое» положение метода МД Кейпона среди методов (1) в условиях выборок конечного объема $\delta \geq 0$ можно объяснить, используя взаимосвязи между их СФ, а также специфическое свойство СФ самого метода МД.

А. Введем СФ метода МД m -го ($m \in 1, M$) порядка

$$S_1(\alpha, m) = (\mathbf{x}_m^*(\alpha) \cdot \Psi_m \cdot \mathbf{x}_m(\alpha))^{-1}, \quad \mathbf{x}_m(\alpha) = \{x_i(\alpha)\}_{i=1}^m, \quad \Psi_m = \Phi_m^{-1}, \quad \Phi_m = \{\phi_{ij}\}_{i,j=1}^m. \quad (10)$$

Нетрудно убедиться, что СФ $S_1(\alpha, M-1)$ с СФ $S_1(\alpha) = S_1(\alpha, M)$ связана равенством

$$S_1^{-1}(\alpha, M) = S_1^{-1}(\alpha, M-1) + S_{MЭ}^{-1}(\alpha), \quad (11)$$

где $S_{MЭ}(\alpha)$ — СФ метода «максимальной энтропии (МЭ)» Берга [1], совпадающая с СФ $S_2(\alpha)$ метода ЛП (1) при $m = M$.

Отсюда и из сопоставления первых трех СФ в (1) следует, что

$$S_2(\alpha) = S_3(\alpha) \cdot S_1(\alpha, M) = C_3(\alpha) \cdot S_1(\alpha, M-1), \quad m = M, \quad (12)$$

$$S_3(\alpha) = S_1(\alpha, M-1) / (S_1(\alpha, M-1) - S_1(\alpha, M)), \quad C_3(\alpha) = S_1(\alpha, M) / (S_1(\alpha, M-1) - S_1(\alpha, M)) = S_3(\alpha) - 1. \quad (13)$$

На рис. 4, а приведено семейство нормированных СФ $S_n(\alpha) = S_1(\alpha, M)/h$ для тестовой ситуации в ЛЭАР при $\Delta = 0.1$, когда $q_0 \approx 700$ (28 дБ). Параметром семейства служит значение $q \in [20 \dots 56]$ дБ, положения источников показаны стрелками.

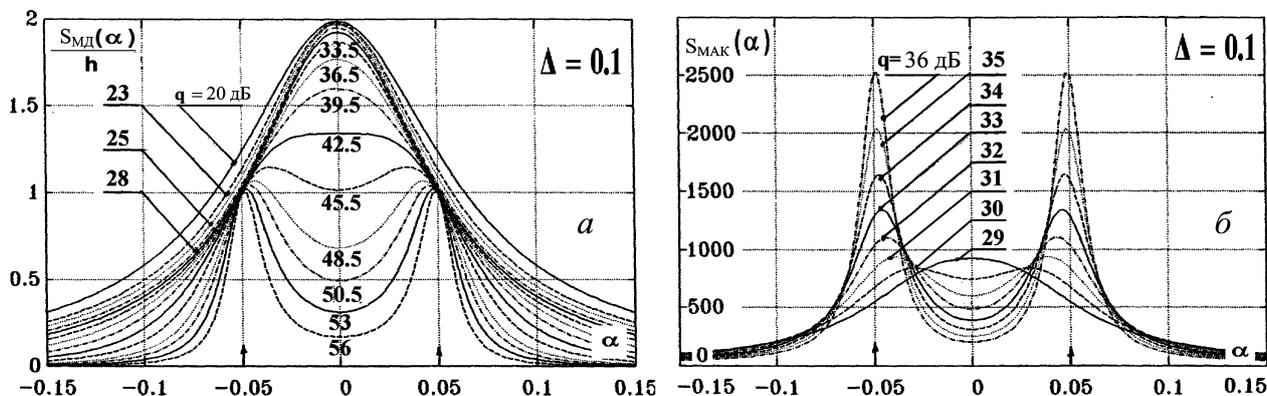


Рис. 4. Семейства СФ $S_1(\alpha, M)$ (а) и СФ $C_3(\alpha)$ (13) (б)

Хорошо видно, что

$$S_n(\beta_\ell) > 1 \text{ при } q < q_0, \quad (14)$$

но по мере роста $q \geq q_0$ значения $S_n(\beta_\ell)$ приближаются «сверху» к единице («слипаются» в точках расположения источников [6]) еще до того, когда в $S_n(\alpha)$ появятся "различимые" максимумы.

Отсюда следует, что при $M \gg 1$

$$S_1(\alpha, M-1) - S_1(\alpha, M) \geq 0, \quad \alpha = \beta_\ell, \quad \ell \in 1, n, \quad (15)$$

и эта положительная разность тем ближе к нулю, чем больше значение $q \geq q_0$.

Именно наличие малой разности в знаменателях СФ $S_3(\alpha)$ или $C_3(\alpha)$ МАК обеспечивает появление в них различных максимумов при меньших значениях ООСШ q , чем требуется у «порождающих» их СФ $S_1(\alpha)$ метода МД. Наглядное представление об этом дает сравнение показанных на рис. 4, б семейств СФ $C_3(\alpha)$ с семейством рис. 4, а, а также кривых 4, 5, 6 с кривыми 1, 2, 3 на рис. 1.

Таким образом, в каждом из методов (1) в той или иной мере используется свойство «слипания» СФ $S_1(\alpha)$ метода МД порядков M и $M-1$ в точках расположения источников $\alpha = \beta_\ell$, $\ell \in 1, n$. Оно не используется только в самом методе МД, и именно поэтому в гипотетической ситуации точно известной КМ Φ (4) он имеет «худшие» характеристики разрешения по критерию (5), чем остальные методы (см. рис. 1).

Б. Однако в реальной ситуации оценочных КМ $\hat{\Phi}$ (9) и выборок конечного объема $\delta \geq 0$ эффекты «слипания» (рис. 4) могут быть разрушены случайными ошибками оценивания КМ.

В частности, случайная разность в знаменателе (13), определяющаяся ошибками оценивания КМ, может быть больше истинной и не зависеть от нее при произвольном уровне излучения в направлении анализа $\alpha = \beta_\ell$, ($\ell \in 1, n$). Этим объясняется «смещение влево» плотностей и функций распределения упомянутых методов (рис. 2).

Именно поэтому метод МД Кейпона, в котором легко разрушаемые эффекты «слипания» не используются, оказывается наиболее «робастным» в этих условиях. Учет и понимание описанного механизма позволяют предложить способы улучшения статистических характеристик методов (1).

Разновидности «сверхразрешающих» пеленгаторов

А. Заметим вначале, что значения СФ $\hat{S}(\alpha)$ (1) методов МД, ЛП и МАК в произвольных точках анализа $\alpha \in [\alpha_b, \alpha_e]$ можно получить, комбинируя квадраты модулей элементов вектора

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}(\alpha) = \{p_m(\alpha)\}_{m=1}^M = \hat{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{x}, \quad \mathbf{x} = \mathbf{x}(\alpha), \quad \alpha \in [\alpha_b, \alpha_e]. \quad (16)$$

Здесь $\mathbf{x}(\alpha)$ — опорный вектор, подобный (2), $\hat{\mathbf{H}} = \{h_{i\ell}\}_{i,\ell=1}^M$ — $M \times M$ нижний ($h_{i\ell} = 0$ при $\ell > i$) треугольный сомножитель Холецкого матрицы $\hat{\Psi}$ (3) в представлении

$$\hat{\Psi} = \hat{\mathbf{H}}^* \cdot \hat{\mathbf{H}}, \quad (17)$$

которое в условиях (9) существует при любых $\delta = N - M \geq 0$.

Нетрудно убедиться, что в этих обозначениях

$$\hat{S}_1(\alpha) = (\mathbf{p}^* \cdot \mathbf{p})^{-1} = \left(\sum_{m=1}^M |p_m|^2 \right)^{-1} = \left(\mathbf{p}_{-M}^* \cdot \mathbf{p}_{-M} + |p_M|^2 \right)^{-1}, \quad \mathbf{p}_{-M} = \{p_m\}_{m=1}^{M-1}, \quad (18a)$$

$$S_{MЭ}(\alpha) = |p_M|^{-2} = \left(\mathbf{p}^* \cdot \mathbf{p} - \mathbf{p}_{-M}^* \cdot \mathbf{p}_{-M} \right)^{-1} = \hat{S}_2(\alpha), \quad m = M, \quad (18б)$$

$$\hat{S}_3(\alpha, M) = \mathbf{p}^* \cdot \mathbf{p} / |p_M|^2 = \hat{C}_3(\alpha) + 1, \quad \hat{C}_3(\alpha) = \mathbf{p}_{-M}^* \cdot \mathbf{p}_{-M} / |p_M|^2, \quad m = M. \quad (18в)$$

При выводе (18б), учтено, что в соответствии с (17)

$$\hat{\omega}_{MM} = \hat{h}_{MM}^2, \quad \mathbf{e}_M^* \cdot \hat{\mathbf{H}}^* = h_{MM} \cdot \mathbf{e}_M^*.$$

Б. Как видно из (18б), СФ $\hat{S}_{MЭ}(\alpha) = \hat{S}_{MЭ}(\alpha, M)$ определяется квадратом модуля единственного (последнего) элемента p_M вектора $\mathbf{p} = \{p_m\}_{m=1}^M$ (16), тогда как СФ $\hat{S}_1(\alpha)$ — квадратами модулей всех элементов этого вектора. Квадрат модуля m -го элемента как функция α имеет смысл диаграммы

направленности пространственного фильтра линейного предсказания порядка $m-1$ с минимальной СКО в m -элементной АР с уменьшенным (в случае ЛЭАР – в M/m раз) размером апертуры. Эти диаграммы направленности являются тем более «гладкими» функциями α , чем меньше значение m (в частности, СФ $|p_1|^{-2}$ от α вообще не зависит). Именно этим полным накоплением СФ $\hat{S}_{MЭ}(m, \alpha)$ всех порядков $m \in 1, M$ с разной степенью «гладкости» объясняется как асимптотически (при $N \rightarrow \infty$) минимальная по сравнению с другими методами (1) разрешающая способность метода Кейпона по критерию Рэлея, так и его максимальная «робастность» в условиях выборок малого объема $\delta = N - M \geq 0$. И наоборот, именно полным отсутствием накопления все более «гладких» СФ $\hat{S}_{MЭ}(m, \alpha)$ порядков $m < M$ порождается как существенно более высокое по критерию Рэлея разрешение метода МЭ при $N \rightarrow \infty$ из-за эффектов «слипания», так и его минимальная «робастность» в условиях малых $\delta \geq 0$, когда этот эффект разрушается.

В связи с этим в реальных условиях выборок конечного объема более полезными могут быть «промежуточные» СФ $\hat{S}_{int}(\alpha)$ вида [6]

$$\hat{S}_{int}(\alpha) = (\mathbf{p}^* \cdot \mathbf{p} - \mathbf{p}_{\chi \cdot M}^* \cdot \mathbf{p}_{\chi \cdot M})^{-1} = (\mathbf{p}_{int}^* \cdot \mathbf{p}_{int})^{-1}, \quad \mathbf{p}_{\chi \cdot M} = \{p_m\}_{m=1}^{\chi \cdot M}, \quad \mathbf{p}_{int} = \{p_m\}_{m=1+\chi \cdot M}^M. \quad (19a)$$

Они формируются "промежуточным" числом

$$n_{int} = (1 - \chi) \cdot M, \quad \chi \in 0, (M - 1)/M \quad (19б)$$

последних компонент вектора \mathbf{p} или, что эквивалентно, из них исключены $\chi \cdot M$ его первых компонент. В "предельных" случаях $\chi = 0$ и $\chi = (M - 1)/M$

$$\hat{S}_{int}(\alpha) = \begin{cases} \hat{S}_1(\alpha), & \chi = 0, & n_{int} = M, \\ \hat{S}_{MЭ}(\alpha), & \chi = (M - 1)/M, & n_{int} = 1. \end{cases} \quad (19в)$$

"Промежуточные" варианты СФ МАК (18в), для обозначения которых вместо надстрочного знака (\bullet) мы используем ($\tilde{\bullet}$), принимают вид:

$$\tilde{S}_3(\alpha) = \mathbf{p}^* \cdot \mathbf{p} / \mathbf{p}_{int}^* \cdot \mathbf{p}_{int} = \tilde{C}_3(\alpha) + 1, \quad \tilde{C}_3(\alpha) = \mathbf{p}_{\chi \cdot M}^* \cdot \mathbf{p}_{\chi \cdot M} / \mathbf{p}_{int}^* \cdot \mathbf{p}_{int}. \quad (19г)$$

В. Переход от СФ (18) к «промежуточным» СФ (19) сопровождается двумя «противоборствующими» эффектами. С одной стороны, увеличивается их асимптотическая ($N \rightarrow \infty$) разрешающая способность, которая тем ближе к разрешающей способности метода МЭ (18), чем ближе значение χ к верхнему пределу $\chi = (M - 1)/M$. С другой стороны, уменьшается их «робастность» в условиях выборок малого эффективного объема $\delta = N - M \geq 0$, когда разрушается эффект «слипания» (п. 3). Поэтому целесообразность промежуточных СФ (19) определяется тем, какой из этих факторов проявляется сильнее. Сравнительный теоретический анализ влияния этих факторов в [6] показал, что существует довольно широкая область значений параметра $0 < \chi < (M - 1)/M$, при которой «промежуточные» методы (19а), (19г) в условиях выборок малого объема оказываются существенно эффективнее своих "предельных" аналогов (13), (18в) с $\chi = 0$ или $\chi = (M - 1)/M$.

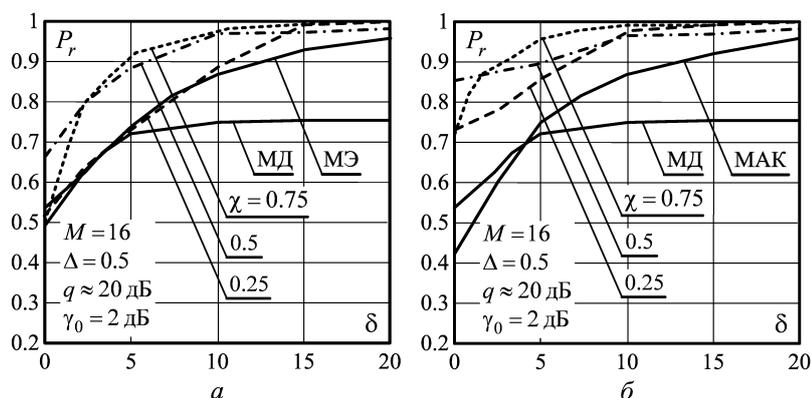


Рис. 5. Результаты экспериментального сравнения методов (19)

разрешения $\gamma_0 = \gamma_{MD} = 2$ дБ, (методов $\hat{S}_{int}(\alpha)$ (19а), (рис. 5, а) и $\tilde{C}_3(\alpha)$ (19г), (рис. 5, б) для $M = 16$ - элементной ЛЭАР при различных значениях параметра $\chi \in 0, (M - 1)/M \approx 0.94$.

Видно, что «промежуточные» СФ $\hat{S}_{int}(\alpha)$ уже по выборкам малого объема $\delta = N - M \geq 0$ обеспечивают разрешение с такой вероятностью, которая на основе их «предельных» разновидностей (18в) достигается либо при выборках существенно большего объема $\delta \gg 1$ ($\hat{S}_{MЭ}(\alpha)$), либо не достигается вообще ($\hat{S}_{МД}(\alpha)$). Видно также, что «промежуточные» СФ $\tilde{C}_3(\alpha)$ эффективнее «промежуточных» СФ $\hat{S}_{int}(\alpha)$ при малых значениях $\delta \geq 0$ и не уступают им при любых $\delta \gg 1$.

Г. Из множества в принципе возможных способов реализации фильтров с МИХ \hat{N} практически наиболее интересны адаптивные решетчатые фильтры (АРФ) [1—3]. При входном опорном векторе $\mathbf{x}(\alpha)$ простым комбинированием квадратов модулей выходных сигналов настроенных АРФ можно реализовать не только рассмотренные СФ (1), (19), но и целый ряд их разновидностей с практически полезными свойствами [6]. В типичных случаях $M \gg 1$ их совокупность образует весьма емкий «банк» несобственноструктурных сверхразрешающих методов пеленгации. На его основе может быть легко реализована предложенная А. Б. Гершманом идея комбинированной пеленгации источников излучений совокупностью «сверхразрешающих» пеленгаторов. В этом случае при соответствующей стратегии можно снизить требования к объему обучающей выборки по сравнению с каждым из методов «банка» в отдельности [6, 7].

Заключение

На основе проведенного сравнительного исследования разрешающей способности ряда известных «сверхразрешающих» методов пеленгации точечных источников шумовых излучений в M -элементной антенной решетке предложены их новые варианты с повышенной эффективностью в реальных условиях доступности обучающих выборок конечного объема.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Марпл - мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения.— Москва: Мир, 1990.
2. Ширман Я. Д., Манжос В. Н., Леховицкий Д. И. Некоторые этапы развития и проблемы теории и техники разрешения радиолокационных сигналов // Радиотехника.— 1997.— № 1.— С. 31—42.
3. Richmond C. D. Capon algorithm mean squared error threshold SNR prediction and probability of resolution // IEEE Trans. Signal Process.— 2005.— Vol. 53, N. 8.— P. 2748—2764.
4. Кейпон Дж., Гудмен Н. Распределение вероятности оценок пространственно-временного спектра // ТИИЭР.— 1970.— Т. 58, № 11.— С. 82—84.
5. Леховицкий Д. И., Флексер П. М. Статистический анализ разрешающей способности квазигармонического спектрального оценивания методом Кейпона // Сборник докладов МНПК «Современная радиолокация».— Украина, Киев.— 1994.— Вып. 1.— С. 66—71.
6. Леховицкий Д. И., Атаманский Д. В., Кириллов И. Г. Разновидности «сверхразрешающих» анализаторов пространственно-временного спектра случайных сигналов на основе обесцвечивающих адаптивных решетчатых фильтров // Антенны.— 2000.— № 2 (45)— С. 40—54.
7. Lekhovytsky D. I., Shifrin Ya.S. Statistical analysis of "superresolving" methods for direction of arrival estimation of noise radiation sources under finite size of training sample // Signal Processing.— 2013.— Vol. 93, N. 12.— P. 3382—3399.
8. Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов.— Москва: Сов. радио, 1974.
9. Amar A., Weiss A.J. Fundamental limitations on the resolution of deterministic signals // IEEE Trans. Signal Process.— 2008.— Vol. 56, N. 11.— P. 5309—5318.

D. I. Lekhovyt'skiy, D. V. Atamanskiy, D. S. Rachkov, A. V. Semeniaka
New rapidly convergent "superresolving" direction finders of noise radiation sources.

For a number of known "superresolving" algorithms intended for direction-finding of point sources of noise radiation, we compare the requirements to the size of training sample in the estimates of input signals' covariance matrix. We investigate the reasons which cause the distinctions between the analyzed algorithms, and propose new kinds of methods with improved robustness to the finite sample size.

Keywords: *statistical and non-statistical resolution criteria, spectral functions, maximum likelihood estimate, sample size, adaptive lattice filter.*