

УДК 612.391

СРАВНЕНИЕ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ ПО НОРМЕ И ПО КОРРЕЛЯЦИИ В ГРАДИЕНТНЫХ МЕТОДАХ НАСТРОЙКИ СИСТЕМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КОМПЕНСАЦИИ ПОМЕХ

К. т. н. А. И. Неврев

Одесский национальный политехнический университет

Украина, г. Одесса

a.i.nevrev@gmail.com

Проведено сравнение скорости сходимости адаптивных градиентных методов настройки систем компенсации помех по норме и по корреляции с оптимальным вектором настройки. Показана большая скорость сходимости по корреляции, что позволяет объяснить высокую скорость подавления помех в простейших градиентных алгоритмах настройки систем компенсации помех.

Ключевые слова: пространственная компенсация помех, скорость сходимости, градиентный алгоритмы.

Системы адаптивной компенсации помеховых сигналов широко применяются в радиосвязи, радиолокации и гидролокации. В радиолокационных применениях [1—2] обычно рассматривается решетка из пространственно разнесенных приемных элементов, сигналы от которых линейно взвешиваются вектором обработки $W = \{w_i\}$, $i = 1 \dots N$, где N — число элементов, так что сигнал на выходе системы обработки определяется как $y = X^* W$.

Основным критерием качества компенсации помех является отношение сигнал/помеха на выходе системы обработки:

$$d(W) = \frac{|W^* S|^2}{W^* R W}, \quad (1)$$

где R — корреляционная матрица помеховых сигналов; S — вектор опорного (полезного) сигнала.

При этом $d_{\max}(W_{opt}) = S^* R^{-1} S$, а $W_{opt} = R^{-1} S$ [1—4].

Простейшим методом адаптивной настройки систем компенсации является градиентный метод, широко реализуемый на практике в системах компенсации с корреляционными обратными связями [1, 2]. При этом строится итерационная процедура настройки весового вектора W [1—4]:

$$W_{n+1} = W_n - \gamma (X_n X_n^* W_n - S), \quad (2)$$

где W_n — вектор настройки на n -й итерации;

X_n — N -мерный входной вектор помехи;

γ — коэффициент усиления градиентного алгоритма.

В качестве меры сходимости настраиваемого вектора W_n к оптимальному W_{opt} обычно рассматривается матрица вторых моментов отличия текущего вектора от оптимального [3,4]:

$$A_n = E[(W_n - W_{opt})(W_n - W_{opt})^*]. \quad (3)$$

В [3, 4] показано, что при правильном выборе γ норма матрицы A_n сходится к конечной величине, отличной от нуля. Кроме того, показано, что скорость сходимости по критерию $\min(\|A_n\|)$ в асимптотической области ($n \rightarrow \infty$) не может быть улучшена даже за счет применения более мощных, например квазиньютоновских, методов [3]. Это означает одинаковую скорость сходимости по критерию $\min(\|A_n\|)$ как простых, так и более сложных итеративных процедур настройки. Полученные выводы, однако, относятся к практически малоинтересной асимптотической области $n \rightarrow \infty$.

Анализ сходимости и скорости сходимости по норме матрицы (3) малоинформативен, поскольку основным критерием качества настройки является отношение сигнал/помеха на выходе

системы компенсации. Математическое моделирование простейших алгоритмов вида (2) показывает, что они обеспечивают удовлетворительное подавление помех уже на начальных участках адаптации ($n < 200-500$). При этом, однако, норма рассогласования текущего вектора относительно оптимального может оставаться весьма значительной. Поэтому актуальным становится вопрос: почему вектор столь далекий от оптимального по критерию (3), обеспечивает глубокое подавление помех.

Из анализа выражения для текущего отношения сигнал/помеха (1) видно, что оно не зависит от нормы $|W_n|$. Очевидно, что когда структура вектора W_n стремится к структуре оптимального решения W_{opt} , выигрыш по критерию подавления помех увеличивается. В качестве критерия структурного подобия текущего вектора оптимальному естественно взять нормированный коэффициент корреляции между этими векторами:

$$K_n^2 = \frac{|W_n^* W_{opt}|^2}{|W_n|^2 |W_{opt}|^2}. \quad (4)$$

Таким образом, поведение коэффициента корреляции (4) в процессе работы алгоритма покажет как скоро и в какой степени W_n станет структурно близок к оптимальному вектору $W_{opt} = R^{-1}S$.

Сравнение же поведения коэффициента корреляции с поведением классического критерия сходимости (3) позволит понять причину высоких практических результатов в подавлении помех даже при использовании простейших алгоритмов вида (2).

Для сравнения сходимости вектора к оптимальному по норме целесообразно взять отношение нормы текущего вектора к норме оптимального, что позволит более тонко почувствовать различие в сходимости вектора настройки к оптимальному по норме и по корреляции.

В связи с изложенным методом математического моделирования были исследованы предложенные характеристики сходимости для метода (2).

Моделировалась десятиэлементная решетка из $N=10$ разнесенных приемных элементов при воздействии трех помех, действующих по максимумам первых трех боковых лепестков синфазной диаграммы направленности. В качестве начального выбирался синфазный вектор с нормой $|W_0|^2 = 10^{-7}$. Мощность (дисперсия) гауссовых помех выбиралась единичной.

На рис. 1 показано поведение отношения сигнал/помеха в процессе настройки системы компенсации по методу (2). Как видно, алгоритм (2) в указанных условиях обеспечивает до-

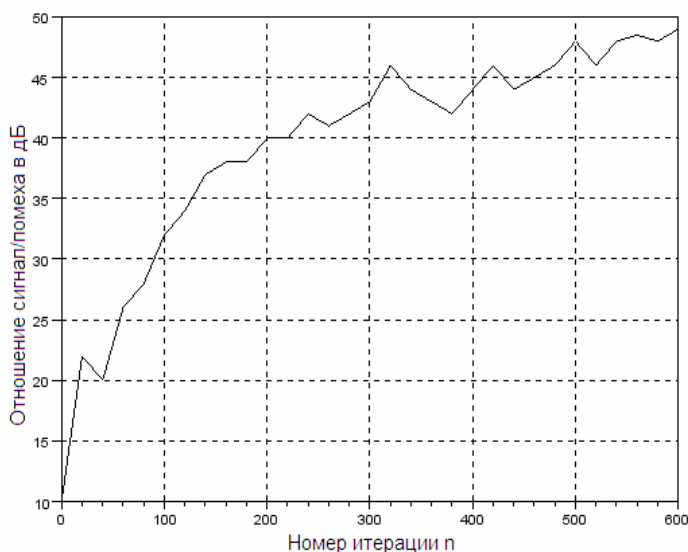


Рис. 1. Подавление помех в процессе работы алгоритма настройки (2)

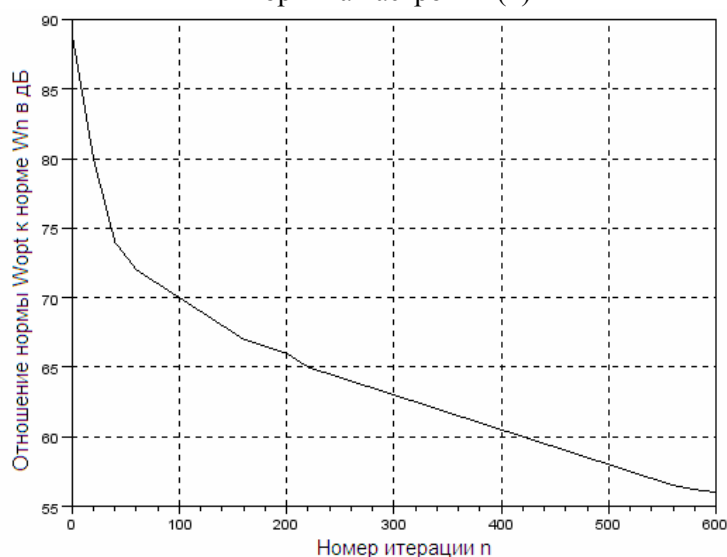


Рис. 2. Отношение нормы W_{opt} к норме вектора W_n в процессе настройки по алгоритму (2)

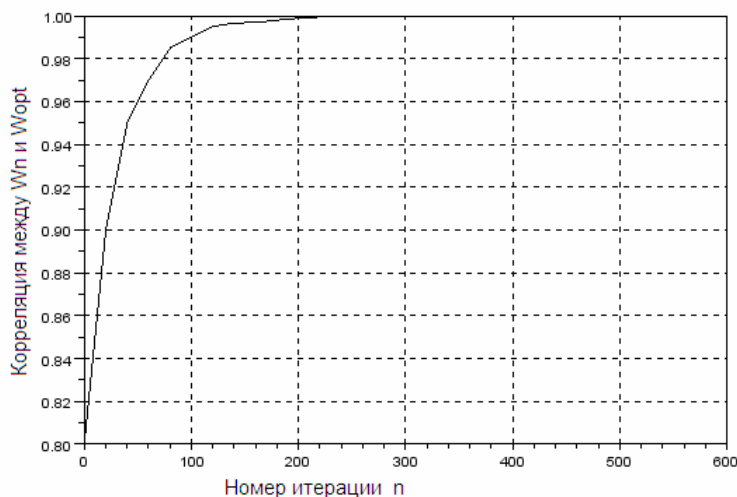


Рис. 3. Поведение коэффициента корреляции между W_{opt} и W_n в по алгоритму (2)

вольно быстрое подавление, когда уже на 200-й итерации помехи подавляются до уровня 40—45 дБ.

Кривые на рис. 2 и рис. 3 отображают поведение отношения норм и корреляцию текущего вектора с оптимальным.

Из графиков рис. 1 и рис. 3 видна жесткая зависимость между текущим отношением сигнал/помеха и поведением корреляции текущего вектора. По корреляции вектор W_n практически сходится к оптимальному ($K^2 \geq 0,9999$) уже на 200-й итерации. В то же время, как это видно из рис. 2, отношение норм текущего и оптимального вектора весьма далеко от единицы. Экстраполируя ход кривой на рис. 2 можно полагать, что она дой-

дет до 0 дБ в районе примерно 3000—5000-й итерации, что показывает на несколько порядков меньшую скорость сходимости по критерию (2), чем по критерию корреляции с оптимальным вектором.

Полученные результаты позволяют прояснить феномен быстрого подавления помех даже в простейших градиентных алгоритмах, в то время как по норме вектор настройки еще весьма и весьма далек от оптимального.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Brennan L. E., Reed J. S. Theory of Adaptive Radar // IEEE Tr. On Aerospace and Electronic Systems.— 1973.— V-AES-9.— N 2.— P. 237—251.
2. Абрамович Ю. И. К анализу эффективности адаптивных алгоритмов, использующих корреляционные обратные связи. // Радиотехника и электроника.— 1979.— Т. 24.— № 2.
3. Поляк Б. Т. Сходимость и скорость сходимости итеративных стохастических алгоритмов // Автоматика и телемеханика.— 1979.— № 4.— С. 101—110.
4. Цыпкин Я. З., Поляк Б. Т. Достижимая точность алгоритмов адаптации // Докл. АН СССР.— 1977.— Т. 230.— № 2.

A. I. Nevrev

Vector norm and correlation comparison of convergence rates for gradient methods of the noise cancellation system adjustment.

Correlation and vector norm comparison of the convergence rate for gradient methods for noise cancellation system is investigated. The high convergence rate of the correlation is shown, which helps to explain the high rate of noise suppression for simple gradient algorithms.

Keywords: *spatial noise cancellation, convergence rate, gradient algorithms.*