

УДК 621.396.96.519.216

«СВЕРХРАЗРЕШАЮЩИЕ» ПЕЛЕНГАТОРЫ ИСТОЧНИКОВ ШУМОВЫХ ИЗЛУЧЕНИЙ С ВЫСОКИМ БЫСТРОДЕЙСТВИЕМ

Д. т. н. Д. И. Леховицкий¹, Д. С. Рачков¹, А. В. Семеняка¹, к. т. н. Д. В. Атаманский²¹Харьковский национальный университет радиозлектроники,²Харьковский университет воздушных сил им. И. Кожедуба

Украина, г. Харьков

dmitry.letters@gmail.com, ataman-1965@mail.ru

Сравниваются требования к объему обучающей выборки в оценках корреляционной матрицы входных воздействий для ряда известных "сверхразрешающих" алгоритмов пеленгации точечных источников шумовых излучений, исследуются причины их различий и предлагаются новые разновидности с повышенной устойчивостью к конечности объема обучающей выборки.

Ключевые слова: статистические и нестатистические критерии разрешения, спектральные функции, оценка максимального правдоподобия, объем выборки, адаптивный решетчатый фильтр.

К настоящему времени предложено большое число алгоритмов пеленгации точечных источников шумовых излучений, разрешающая способность которых выше рэлеевского предела, определяющегося размером апертуры антенной решетки (АР). Общей чертой большинства из них является зависимость формируемых ими спектральных функций (СФ) от корреляционной матрицы (КМ) $\Phi = \{\varphi_{ij}\}_{i,j=1}^M = \overline{\mathbf{y}_\ell \cdot \mathbf{y}_\ell^*}$ M -мерных векторов $\mathbf{y}_\ell = \{y_i^{(\ell)}\}_{i=1}^M$, $\ell \in 1, N$, комплексных амплитуд анализируемого процесса на выходах M пространственных каналов приема. Эта матрица обычно априори неизвестна, а вместо нее используется та или иная ее оценка, формируемая по обучающей выборке неизбежно конечного и, зачастую, достаточно малого объема. Практически наиболее интересны «быстродействующие» алгоритмы пеленгации с лучшими характеристиками именно в этой «адаптивной» ситуации, которые не обязательно могут быть лучшими и в гипотетических условиях известной КМ или при асимптотически больших объемах обучающей выборки.

Цель данной работы — сопоставить «быстродействие» (требования к объему обучающей выборки) некоторых известных «сверхразрешающих» алгоритмов пеленгации, определить причины их различий по этому показателю и на этой основе предложить их новые разновидности с повышенным быстродействием.

«Предельная» разрешающая способность некоторых методов по критерию Рэлея

Случайные СФ $\hat{S}(\alpha) = S(\alpha, \hat{\Psi})$ рассматриваемых методов имеют вид

$$\hat{S}_1(\alpha) = (\mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha))^{-1}, \quad (\text{МД})$$

$$\hat{S}_2(\alpha) = \omega_{mm} \cdot \left| \mathbf{e}_m^* \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha) \right|^{-2}, \quad m \in 1, M, \quad (\text{ЛП})$$

$$\hat{S}_3(\alpha) = \omega_{mm} \cdot \mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha) \cdot \left| \mathbf{e}_m^* \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha) \right|^{-2}, \quad m \in 1, M, \quad (\text{МАК}) \quad (1)$$

$$\hat{S}_4(\alpha) = \mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \hat{\Psi} \cdot \mathbf{x}(\alpha) \cdot (\mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \hat{\Psi}^2 \cdot \mathbf{x}(\alpha))^{-1}, \quad (\text{БЛ})$$

$$\hat{S}_5(\alpha) = (\mathbf{x}^*(\alpha) \cdot \hat{\Psi}^2 \cdot \mathbf{x}(\alpha))^{-1}. \quad (\text{ТШ})$$

СФ $\hat{S}_1(\alpha)$ соответствует методу «минимальной дисперсии» (МД) Кейпона, $\hat{S}_2(\alpha)$ — методу «линейного предсказания» (ЛП) Берга, $\hat{S}_3(\alpha)$ — одной из разновидностей «модифицированного алгоритма Кейпона» (МАК), $\hat{S}_4(\alpha)$ — методу Борджотти—Лагунаса (БЛ), $\hat{S}_5(\alpha)$ — методу «теплового

шума» (ТШ) [1, 2]. Во всех СФ (*) — знак эрмитового сопряжения, $\mathbf{x}(\alpha) = \{x_\ell(\alpha)\}_{\ell=1}^M$ — неслучайный M -мерный вектор фазирования (поиска) в «направлении α , зависящий от пространственного расположения и характеристик M приемных элементов (модулей) антенной решетки (АР). Так, для линейной эквидистантной АР из идентичных изотропных элементов (ЛЭАР)

$$\mathbf{x}(\alpha) = \left\{ \exp\left(j \cdot (\ell - (M + 1)/2) \cdot \alpha\right) \right\}_{\ell=1}^M, \quad \alpha = 2 \cdot \pi \cdot d \cdot \sin \theta / \lambda, \quad (2)$$

где θ — отсчитываемое от нормали АР направление поиска, d — расстояние между ее смежными элементами, λ — длина волны. Через \mathbf{e}_m в (1) обозначен m -й ($m \in 1, M$) столбец единичной $M \times M$ матрицы \mathbf{I}_M (M -мерный вектор с единственным ненулевым (m -м) элементом, равным единице),

Свойства случайных СФ (1) определяются свойствами случайной $M \times M$ матрицы

$$\hat{\Psi} = \left\{ \hat{\omega}_{ij} \right\}_{i,j=1}^M = \hat{\Phi}^{-1}, \quad (3)$$

обратной используемой оценке $\hat{\Phi} = \left\{ \hat{\phi}_{ij} \right\}_{i,j=1}^M$ априори неизвестной пространственной КМ

$$\Phi = \left\{ \phi_{ij} \right\}_{i,j=1}^M = \overline{\mathbf{y}_\ell \cdot \mathbf{y}_\ell^*}, \quad (4)$$

M -мерных случайных векторов комплексных амплитуд $\mathbf{y}_\ell = \left\{ y_i^{(\ell)} \right\}_{i=1}^M$ выходных сигналов АР в ℓ -й ($\ell \in 1, N$) дискретный момент времени (черта сверху — символ статистического усреднения).

Важнейшей характеристикой методов пеленгации является их разрешающая способность (р. с.), корректно определяемая различными статистическими критериями [3, 4]. В данной работе она характеризуется (нестатистическим) критерием Рэля, который в силу своей простоты широко используется в литературе [1, 5]. В этом случае р. с. определяется для ситуации двух ($n=2$) равномошных источников, которые считаются разрешенными, если «глубина провала» между максимумами $\hat{S}(\alpha_\ell)$, $\ell=1, 2$, соответствующих СФ $\hat{S}(\alpha)$, характеризуемая параметром

$$\gamma = \hat{S}(\alpha_\ell) / \hat{S}(\alpha_{cp}), \quad \ell \in 1, 2, \quad \alpha_{cp} = (\alpha_1 + \alpha_2) / 2, \quad (5)$$

превышает априори выбранный порог γ_0 (обычно $\gamma_0 = 1 - 3$ дБ) [1, 5].

В реальной «адаптивной» ситуации этот параметр случаен и поэтому только с той или иной вероятностью может достичь своего «предельного» значения

$$\gamma = S(\alpha_\ell) / S(\alpha_{cp}), \quad \ell \in 1, 2, \quad \alpha_{cp} = (\alpha_1 + \alpha_2) / 2, \quad (6)$$

соответствующего использованию в (1) точной матрицы $\Psi = \left\{ \omega_{ij} \right\}_{i,j=1}^M = \Phi^{-1}$. Оно превысит порого-

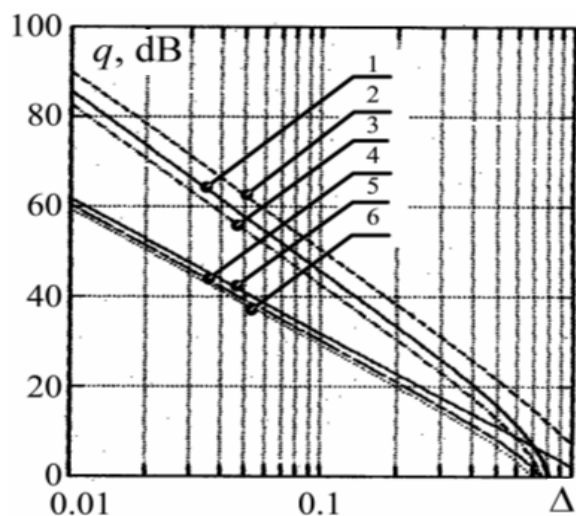


Рис.1 Зависимости $q(\Delta)$ для методов Кейпона (1, 2, 3) и МАК (4, 5, 6)

вый уровень γ_0 , если обобщенное отношение сигнал/шум (ООСШ) $q = M \cdot h$ каждого из равномошных источников с ОСШ h в элементах ЛЭАР превысит определенный уровень, различный для каждого из методов и зависящий от относительного углового расстояния между источниками

$$\Delta = (\beta_2 - \beta_1) / \Delta_0, \quad \Delta_0 = 2\pi / M. \quad (7)$$

Здесь β_1, β_2 — истинные угловые координаты источников, Δ_0 — полуширина синфазной диаграммы направленности (ДН) M -элементной ЛЭАР по уровню первых нулей.

На рис. 1 показаны зависимости $q(\Delta)$ для методов МД Кейпона (кривые 1—3) и МАК (кривые 4—6) [2]. Кривые 1, 4 соответствуют «предельному» значению $\gamma = 1$, кривые 2, 5 — значению $\gamma = 2$. Кривые 3, 6 определяют граничные значения $q = q_{cp}$, при

которых в точке $\alpha = \alpha_{cp}$ равны нулю вторые производные $d^2S(\alpha)/d\alpha^2$ соответствующих истинных СФ $S(\alpha)$. При $q \leq q_{cp}$ эти СФ имеют единственный максимум в точке $\alpha = \alpha_{cp}$ и, следовательно, по критерию Рэлея источники не разрешаются. Они "начинают разрешаться" по этому критерию при [2]

$$\Delta \geq \begin{cases} \Delta_{cp} \approx 1,17 / \sqrt[4]{q_{cp}} & \text{для метода МД,} \\ \Delta_{cp} \approx 0,95 / \sqrt[3]{q_{cp}} & \text{для МАК.} \end{cases} \quad (8)$$

Значения q_{cp} для остальных методов (1) лежат в промежутке между кривыми 4 и 6. Тем самым из рассматриваемых методов лучшее «предельное» разрешение по критерию Рэлея обеспечивает МАК, худшее — метод МД Кейпона. Причины этого обсуждаются ниже. Здесь мы отметим только, что для выбора метода для практического использования нельзя ограничиваться сравнением только их «предельных» возможностей.

Разрешающая способность рассматриваемых методов в «адаптивной» ситуации

В этом случае она определяется законами распределения случайного параметра $\hat{\nu}$ (5), зависящими от используемых оценок КМ. На рис. 2 приведены функции распределения

$$f_{\hat{\nu}}(x) = \int_0^x p_{\hat{\nu}}(y) dy \quad (8)$$

нормированного значения этого параметра

$$\hat{\nu} = \hat{\gamma}(\alpha_1, \alpha_2) / \gamma(\alpha_1, \alpha_2), \quad \hat{\gamma}(\alpha_1, \alpha_2) = \hat{S}(\alpha_1) / \hat{S}(\alpha_2), \quad \gamma(\alpha_1, \alpha_2) = S(\alpha_1) / S(\alpha_2) \quad (9)$$

для методов ЛП, МАК и МД при использовании МП-оценок [6] априори неизвестной КМ, сформированных по обучающим выборкам объема $N = M + \delta$ при $\delta = 0, 25, 50$. Для метода МД Кейпона они получены аналитически [7], для остальных — методом математического моделирования. Смоделирована ситуация двух ($n = 2$) равномоощных источников с относительным расстоянием $\Delta = 0,1$ между ними при $q_1 = q_2 = q = 50,5$ (дБ). В

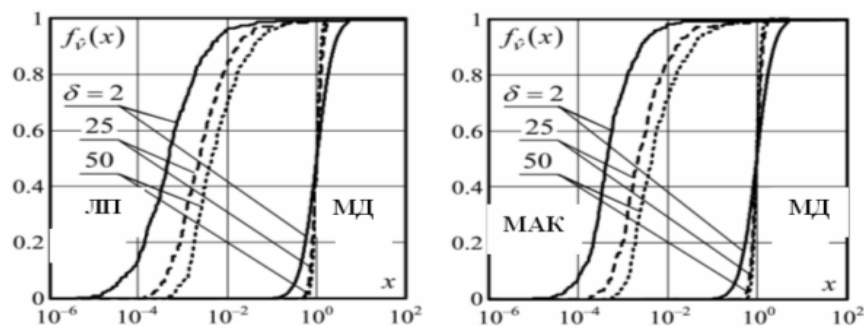


Рис. 2 Функции распределения параметра (9)

методов ЛП и МАК расположены значительно левее точки $x_0 = 1$ ($x_0 \approx 5 \cdot 10^{-4}$ при $\delta = 2$ и $x_0 \approx 5 \cdot 10^{-3}$ при $\delta = 50$). Поэтому в «адаптивной» ситуации вероятность разрешения источников по критерию Рэлея этими методами обеспечивается при выборе порога $\gamma_0 = x_0 \gamma \ll \gamma$ даже при $\delta \geq 50$. Близкие результаты дают и методы БЛ и ТШ.

Отсюда следует, что асимптотические (при $\delta \rightarrow \infty$) энергетические выигрыши методов (1) по сравнению с методом МД, вытекающие из рис. 1, отнюдь не гарантируют и их более высокую, чем методом МД, вероятность разрешения по критерию Рэлея в реальных условиях конечных δ .

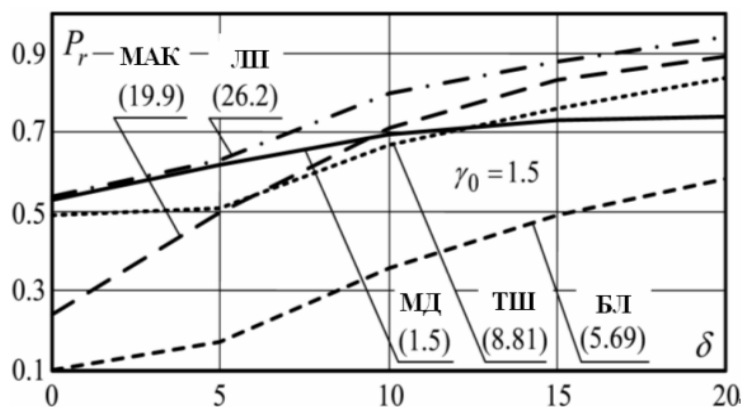
Результаты экспериментального сравнения методов (1) в этих условиях приведены на рис. 3 в виде зависимостей вероятности разрешения $P_r(\delta)$ при $\Delta = 0,8$, $q = 10$ дБ и пороге разрешения $\gamma_0 = 1,5$ ($\approx 1,8$ дБ), совпадающем со значением γ метода МД. Значения γ остальных методов указаны в скобках под их названиями.

Как видно из рисунка, в методе МД по мере роста δ вероятность разрешения по критерию Рэ-

этих условиях истинные значения γ равны 2 (3 дБ) для метода МД и $\gamma > 10^3$ (30 дБ) для методов ЛП и МАК.

Медиана параметра (9) для метода МД равна $x = x_0 = 1$ независимо от эффективного объема выборки $\delta = N - M$, и тогда медианы функций распределения (8)

ля монотонно увеличивается от $P_r \approx 0,5$ до $P_r \approx 0,75$, т. е. именно так, как она теоретически должна



изменяться при $\gamma_0 = \gamma$ [2, 7]. В то же время, остальные методы при малых $\delta \leq 10$ либо весьма незначительно превосходят (ЛП), либо даже уступают методу МД по эффективности, хотя соответствующие им значения $\gamma > \gamma_0$ (рис. 1).

Таким образом, при конечных δ все методы (1) имеют существенно худшие статистические свойства, чем метод МД Кейпона. Поэтому их реальная разрешающая способность этих условиях значительно ниже, чем асимптотическая (при $\delta \rightarrow \infty$).

Авторами проведен анализ причин указанных различий и на этой основе разработаны новые разновидности методов пеленгации (1) с повышенным быстродействием.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения.— Москва: Мир, 1990.
2. Ширман Я. Д., Манжос В. Н., Леховицкий Д. И. Некоторые этапы развития и проблемы теории и техники разрешения радиолокационных сигналов // Радиотехника.— 1997.— № 1.— С. 31—42.
3. Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов.— Москва: Сов. радио, 1974.
4. Amar A., Weiss A. J. Fundamental limitations on the resolution of deterministic signals // IEEE Trans. Signal Process.— 2008.— Vol. 56, N 11.— P. 5309—5318.
5. C. D. Richmond, Capon algorithm mean squared error threshold SNR prediction and probability of resolution, IEEE Tran. Signal Process. 2005.— Vol. 53, N 8.— P. 2748—2764.
6. Кейпон Дж., Гудмен Н. Распределение вероятности оценок пространственно-временного спектра // ТИИЭР.— 1970.— Т. 58.— № 11.— С. 82—84.
7. Леховицкий Д. И., Флексер П. М. Статистический анализ разрешающей способности квазигармонического спектрального оценивания методом Кейпона. // Сборник докладов МНПК "Современная радиолокация" (выпуск первый).— Киев.— 1994.— С. 66—71.

D. I. Lekhovytskiy, D. S. Rachkov, A. V. Semeniaka, D. V. Atamanskiy
«Superresolving» direction-finders of sources of noise radiation with rapid convergence rate.

For a number of known «superresolving» algorithms intended for direction-finding of point sources of noise radiation, the authors compare the requirements to the size of training sample in the estimates of input signals' covariance matrix. The authors discuss the reasons which cause the distinctions between the analyzed algorithms, and propose new kinds of methods with improved robustness to the finite sample size.

Keywords: *statistical and non-statistical resolution criteria, spectral functions, maximum likelihood estimate, sample size, adaptive lattice filter.*