

К. ф.-м. н. Е. В. ВЕЛИЧКО

Украина, г. Мелитополь, Таврический государственный агротехнологический университет
E-mail: velichko_ev@i.ua

СПОСОБ АНАЛИТИЧЕСКОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКА ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ

Рассмотрена задача определения положения в пространстве источника излучения, скорости волны и время начала излучения по данным датчиков, расположенных в одной плоскости. Задача сведена к поиску минимума нелинейной функции пяти переменных. Идея состоит в использовании новых пяти параметров, по которым однозначно определяются искомые неизвестные. Относительно новых параметров функция принимает вид, пригодный для применения метода наименьших квадратов. Приведены результаты численного эксперимента, проведенного в системе компьютерной алгебры Maple, которые иллюстрируют достаточно высокую точность предлагаемого метода решения поставленной задачи.

Ключевые слова: задача локации, обратная кинематическая задача, разностно-дальномерный метод, точечный источник излучения, однородная среда, функция невязки.

Задачам локации посвящены многие работы, среди которых, например, [1–4]. Определение места положения источника излучения по известному времени прохождения волны через точку, в которой находится датчик, появляется, например, при определении эпицентра землетрясения [5] и мест гидравлических разрывов пластов земной коры [6]. Для определения расстояния от датчика до объекта — источника излучения обычно необходима информация о разности фаз излученного и принятого сигналов, которая обрабатывается в специальном блоке прибора, принимающего сигнал. Однако существует методика, которая позволяет обойтись без фазового анализа и использовать только информацию о значениях времени фиксации сигнала системой датчиков. При этом, соответственно, не требуется сложного оборудования, что существенно снижает себестоимость соответствующих технологий.

Некоторые современные авторы классифицируют такую задачу как обратную кинематическую [7, 8] и строят функционал, который представляет собой сумму разностей значений расчетного и фактического времени поступления сигнала в каждой паре датчиков. Минимизировать такой функционал предлагается итерационными методами. В [9] с помощью аналогичных методов авторы исследуют точность определения искомых величин при наземном расположении датчиков и в вертикальной скважине.

Другие авторы рассматривают такой метод определения положения источника сигнала как разностно-дальномерный [10, 11]. Соответствующий функционал состоит из слагаемых, которые учитывают как время следо-

вания сигнала к датчику, так и разницу в показаниях нескольких датчиков, размещенных на разном расстоянии от источника. Предлагается численно находить корни нелинейной системы, которая появляется после вычисления частных производных. Как показано в [12], возможно также использование корреляционных методов при поиске источника разностно-дальномерным методом. Если датчик позволяет определять не только расстояния, но и углы, это значительно упрощает соответствующую задачу [13].

Отметим, что в рассматриваемых работах авторы формулируют задачу как поиск параметров, минимизирующих некоторый функционал, но нахождение самих параметров остается сложной вычислительной задачей. На данный момент отсутствуют формулы, позволяющие непосредственно определить искомые величины. Для этого, как правило, применяются итерационные методы поиска экстремума функций нескольких переменных, что требует аккуратного выбора начального приближения, подбора параметров, обеспечивающих сходимость метода и выбора точности, от которого зависит количество итераций. Естественно, что сокращение времени обработки результатов измерений за счет применения «прямого счета» вместо итерационных процедур является весьма важным в задачах локации, которые обычно решаются в режиме реального времени.

Для определения положения источника сигнала на плоскости автору ранее удалось построить эффективный алгоритм нахождения координат источника излучения, скорости распространения сигнала и времени его излучения [14]. Целью данной работы является разработка эффективного способа определения координат источни-

ка сигнала в пространстве, а также времени начала излучения с помощью датчиков, расположенных в одной плоскости, по данным о времени срабатывания каждого из датчиков.

Постановка задачи и метод решения

В однородной изотропной среде находится точечный источник сигнала, который срабатывает в некоторый момент времени. В результате распространяется сферическая волна с постоянной, но не известной заранее скоростью. В некоторой плоскости расположены датчики в количестве $n \geq 5$, каждый из которых срабатывает в момент прохождения сигнала через точку пространства, где находится этот датчик. Требуется определить координаты источника излучения, а также скорость волны на основании данных о времени срабатывания каждого из датчиков.

Для решения поставленной задачи введем прямоугольную декартову систему координат $Oxyz$ так, чтобы источник излучения находился в полупространстве $z \geq 0$, а датчики располагались в плоскости $z=0$. Будем считать, что источник излучения находится в точке $M_0(x_0, y_0, z_0)$ и включается в момент времени t_0 , i -й датчик — в точке $M_i(x_i, y_i, 0)$ и срабатывает в момент времени t_i . Скорость движения волны обозначим через v . Отметим, что по физическому смыслу v не может быть отрицательной величиной. Таким образом, необходимо по заданным значениям x_i , y_i и t_i , $i = 1, n$, найти x_0, y_0, z_0, t_0 и v .

Расстояние L_i между источником и i -м датчиком, с одной стороны, равно

$$L_i = M_i M_0 = \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + z_0^2},$$

а с другой, $L_i = vT_i$, где $T_i = t_i - t_0$ — время, которое проходит с момента излучения до момента срабатывания соответствующего датчика. Известные величины x_0, y_0, z_0, t_0, v можно определить из системы уравнений

$$\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + z_0^2} = v(t_i - t_0), \quad (1)$$

где $i = \overline{1, n}$.

Поскольку неизвестных величин пять, количество уравнений, а значит, и датчиков должно быть не меньше пяти. На практике для повышения точности локации количество датчиков берется с запасом, и в этом случае из-за погрешности измерений система уравнений (1) будет, скорее всего, несовместной. Тогда вместо системы (1) необходимо рассматривать функцию

$$F(x_0, y_0, z_0, t_0, v) = \sum_{i=1}^n \left(\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + z_0^2} - v(t_i - t_0) \right)^2 \quad (2)$$

и решать задачу нахождения ее минимума:

$$F(x_0, y_0, z_0, t_0, v) \rightarrow 0. \quad (3)$$

Поскольку эта функция не является рациональной, нахождение аналитического решения задачи сопряжено с существенными трудностями.

Предлагается в качестве функции невязки выбрать выражение

$$\sum_{i=1}^n \left(v^2(t_i - t_0)^2 - (x_i - x_0)^2 - (y_i - y_0)^2 - z_0^2 \right)^2.$$

Введя новые параметры $\alpha, \beta, \gamma, \eta, \delta$, получим функцию невязки в следующем виде:

$$G(\alpha, \beta, \gamma, \eta, \delta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left(\alpha t_i^2 + \beta t_i + \gamma x_i + \eta y_i + \delta - x_i^2 - y_i^2 \right)^2 \rightarrow \min, \quad (4)$$

где $\alpha = v^2$; $\beta = -2v^2 t_0$; $\gamma = 2x_0$; $\eta = 2y_0$;

$$\delta = v^2 t_0^2 - x_0^2 - y_0^2 - z_0^2.$$

Находя частные производные и приравнявая их к нулю, получаем систему линейных уравнений (5). После ее решения относительно $\alpha, \beta, \gamma, \eta, \delta$ искомые величины x_0, y_0, z_0, t_0, v найдем по формулам

$$v = \sqrt{\alpha}, \quad t_0 = -0,5\beta / \alpha; \quad x_0 = 0,5\gamma; \quad y_0 = 0,5\eta;$$

$$z_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\beta^2}{\alpha} - \gamma^2 - \eta^2 - 4\delta}. \quad (6)$$

$$\begin{cases} \alpha \sum_{i=1}^n t_i^4 + \beta \sum_{i=1}^n t_i^3 + \gamma \sum_{i=1}^n t_i^2 x_i + \eta \sum_{i=1}^n t_i^2 y_i + \delta \sum_{i=1}^n t_i^2 = \sum_{i=1}^n t_i^2 x_i^2 + \sum_{i=1}^n t_i^2 y_i^2, \\ \alpha \sum_{i=1}^n t_i^3 + \beta \sum_{i=1}^n t_i^2 + \gamma \sum_{i=1}^n t_i x_i + \eta \sum_{i=1}^n t_i y_i + \delta \sum_{i=1}^n t_i = \sum_{i=1}^n t_i x_i^2 + \sum_{i=1}^n t_i y_i^2, \\ \alpha \sum_{i=1}^n t_i^2 x_i + \beta \sum_{i=1}^n t_i x_i + \gamma \sum_{i=1}^n x_i^2 + \eta \sum_{i=1}^n x_i y_i + \delta \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n x_i^3 + \sum_{i=1}^n x_i y_i^2, \\ \alpha \sum_{i=1}^n t_i^2 y_i + \beta \sum_{i=1}^n t_i y_i + \gamma \sum_{i=1}^n x_i y_i + \eta \sum_{i=1}^n y_i^2 + \delta \sum_{i=1}^n y_i = \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i + \sum_{i=1}^n y_i^3, \\ \alpha \sum_{i=1}^n t_i^2 + \beta \sum_{i=1}^n t_i + \gamma \sum_{i=1}^n x_i + \eta \sum_{i=1}^n y_i + \delta n = \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n y_i^2. \end{cases} \quad (5)$$

Таким образом, задача решена. Если же хотя бы одно из подкоренных выражений в (6) окажется отрицательным, это будет означать, что при определении одного или нескольких значений x_i , y_i или t_i возникли существенные погрешности.

Численные эксперименты

Для проверки теоретических рассуждений были проведены численные эксперименты в системе компьютерной алгебры Maple. Решалась следующая модельная задача.

В момент времени $t_0=0$ источник излучения, который находится в точке с координатами $x_0=1$, $y_0=2,5$, $z_0=3$, генерирует волну, которая движется со скоростью $v=0,05$. На плоскости $z=0$ находится семь датчиков в точках с координатами $(1, 0, 0)$, $(2, 0, 0)$, $(3, 0, 0)$, $(3, 4, 0)$, $(2, 4, 0)$, $(1, 4, 0)$ и $(5, 7, 0)$. На рисунке изображено положение датчиков, а также проекция источника излучения на плоскость $0xy$.

Поскольку на практике результаты, полученные при помощи датчиков, имеют некоторую погрешность, будем добавлять к расчетному времени слагаемое $0,1i/(2i+1)$:

$$t_i = t_0 + \frac{1}{v} \sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + z_0^2} + \frac{0,1i}{2i+1}, i = \overline{1, 7}.$$

Тогда значения времени срабатывания датчиков с указанными координатами будут следующими:

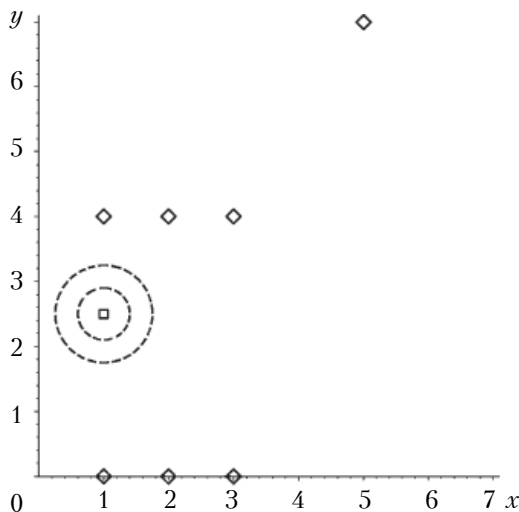
$t_1=78,1358$; $t_2=80,6626$; $t_3=87,7925$; $t_4=78,1469$; $t_5=70,0455$; $t_6=67,1282$; $t_7=134,5829$.

Решая систему уравнений (5) на основании имеющихся данных, получим:

$\alpha=0,0025$; $\beta=0,0015$; $\gamma=1,9966$; $\eta=5,0007$; $\delta=-16,3303$.

Теперь можем найти значения искоемых величин:

$v=0,0499$, $t_0=-0,3044$, $x_0=0,9983$, $y_0=2,5003$, $z_0=3,0136$.



Расположение объекта (квадрат) и датчиков (ромбы) в тестовой задаче

Сравнение этих значений с заданными при постановке модельной задачи ($v=0,05$; $t_0=0$; $x_0=1$; $y_0=2,5$; $z_0=3$) указывает на достаточно удовлетворительную точность расчетов, даже с учетом внесенной погрешности, имитирующей неидеальность датчиков. При исключении этой погрешности полученные результаты совпадают с точностью до пятого знака после запятой.

Отметим, что использование итерационных процедур для минимизации невязки, которые использовались в [7, 8, 10, 11], в лучшем случае позволят только повторить полученные результаты, т. к. предложенный в данной статье метод гарантированно находит минимум функции невязки.

Заключение

Таким образом, применение разработанного способа аналитического определения времени начала излучения, скорости волны и координат точечного источника излучения по данным, полученным от расположенных в одной плоскости датчиков, более эффективно, чем использование итерационных методов. Предложенный способ не подразумевает выбора начального приближения и является более быстрым, чем другие существующие, что важно при решении задачи локации в реальном времени. Численные эксперименты показали достоверность полученных результатов даже при наличии небольших погрешностей данных, полученных с датчиков.

Дальнейшие исследования будут направлены на обобщение предложенной методики на случай, когда датчики расположены не в одной плоскости, а произвольным образом в пространстве. Кроме этого, предполагается исследование устойчивости предложенного способа поиска минимума функции невязки к ошибкам исходных данных.

ИСПОЛЬЗОВАННЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Аверьянов В. Я. Разнесенные радиолокационные станции и системы. — Москва: Наука и техника, 1978.
2. Вопросы подповерхностной радиолокации / Под ред. А. Ю. Гриневы. — Москва: Радиотехника, 2005.
3. Финкельштейн М. И., Мендельсон В. Л., Кутев В. А. Радиолокация слоистых земных покровов. — Москва: Сов. Радио, 1977.
4. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. — Москва: Радио и связь, 1993.
5. Пузырев Н.Н. Методы и объекты сейсмических исследований. Введение в общую сейсмологию. — Новосибирск: Сибирское отделение Российской академии наук, НИЦ ОИГМ, 1997.
6. Рабинович Е. В., Туркин А. С., Новаковский Ю. Л. Наземная локация микросейсмических сигналов для мониторинга гидравлического разрыва пласта // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. — 2012. — №1(25), часть 1. — С. 104—112.
7. Шмаков Ф. Д., Бортников П. Б. Решение обратной кинематической задачи локации источника сейсмического излучения для горизонтально-слоистой среды // Вестник Югорского государственного университета. — 2011. — Вып. 3(22). — С. 107—111.

8. Шмаков Ф. Д., Бортников П. Б., Кузьменко А. П. Моделирование параметров решения задачи локации в методе наземного микросейсмического мониторинга гидравлического разрыва пласта // Приволжский научный вестник. — 2013. — № 3 (19). — С. 28–39.

9. Яскевич С. В., Дучков А. А. Сравнение точности локации микросейсмических событий при использовании наземных и скважинных систем наблюдений // Технологии сейсморазведки. — 2013. — № 3. — С. 43–51.

10. Поздняков Е. К., Ткаченко В. Н., Коротков В. В. Повышение точности определения координат многопозиционными пассивными комплексами на основе разностно-дальномерного метода и решения задачи в условиях избыточности // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 2014. — Т. 57. — № 9. — С. 18–28. — <http://dx.doi.org/10.3103/S0735272714090027>

11. Ткаченко В. Н., Коротков В. В., Поздняков Е. К. Применение избыточности входных данных в задаче определения координат цели пассивными многопозиционными

комплексами // Наука і техніка повітряних сил збройних сил України. — 2013. — № 4(13). — С. 64–67.

12. Саликов А. А., Дубыкин В. П., Матвеев Б. В. Определение координат источника радиоизлучения // Вестник Воронежского государственного технического университета. — 2011. — Т. 7. — № 11. — С. 28–30.

13. Борисов Е. Г., Машков Г. М., Турнецкий Л. С. Организация процессов обнаружения измерения в активно-пассивной многопозиционной радиолокационной системе с кооперативным приемом сигналов // Известия Южного федерального университета. Технические науки. — 2013. — № 3 (140). — С. 130–139.

14. Величко О. В., Кривохата А. Г. Розв'язок задачі локації в області з прямолінійною частиною межі // Вісник Тернопільського національного технічного університету. — 2009. — Т. 14. — № 4. — С. 127–131.

Дата поступления рукописи
в редакцию 16.06 2015 г.

О. В. ВЕЛИЧКО

Україна, м. Мелітополь, Таврійський державний агротехнологічний університет
E-mail: velichko_ev@i.ua

СПОСІБ АНАЛІТИЧНОГО ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ДЖЕРЕЛА ВИПРОМІНЮВАННЯ В ОДНОРІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Розглянуто задачу визначення положення в просторі джерела випромінювання, швидкості хвилі і часу початку випромінювання за даними датчиків, розташованих в одній площині. Задача зведена до пошуку мінімуму нелінійної функції п'яти змінних. Ідея полягає у використанні нових п'яти параметрів, через які однозначно визначаються шукані. Щодо нових параметрів функція приймає вигляд, придатний для застосування методу найменших квадратів. Наведено результати чисельного експерименту, який було проведено в системі комп'ютерної алгебри Maple, які ілюструють досить високу точність запропонованого методу вирішення поставленого завдання.

Ключові слова: задача локації, обернена кінематична задача, різницево-дальновимірний метод, точкове джерело випромінювання, однорідне середовище, функція нев'язки.

DOI: 10.15222/TKEA2015.5-6.64
UDC 519.6, 621.396.96

Н. В. ВЕЛИЧКО

Ukraine, Melitopol, Tavria State Agrotechnological University
E-mail: velichko_ev@i.ua

ANALYTICAL METHOD FOR DETERMINING COORDINATES OF THE RADIATION SOURCE IN A HOMOGENEOUS MEDIUM

The article considers the problem of determining the position of a radiation source in space, the wave speed and the start of radiation according to the sensors located in the same plane. Sensors (not less than five) detect the passage of the wave front and do not fix the phase of the transmitted wave. In the scientific literature, some authors approach such problem as the inverse kinematic problem, others use the range difference method.

The problem is reduced to finding the minimum of a nonlinear function of five variables. This function is the sum of the squares of the differences of the calculated and the actual time of the wave front passing through the sensor for each of the sensors. In contrast to the well-known works, where the values of parameters are found by iterative methods, in this article we obtain explicit formulas. The idea is to use the new five parameters, which explicitly determine the target value. Relatively to the new parameters, the function takes the form suitable for application of the method of least squares.

This new method for locating of a radiation source in the homogeneous isotropic environment is easier and more accurate than the existing one. It does not require specifying the initial approximation or iterating.

Keywords: task of location, inverse kinematic problem, range-difference method, the point source of radiation, the homogeneous medium, residual function.

REFERENCES

1. Aver'yanov V.Ya. *Raznesennye radiolokatsionnye stantsii i sistemy* [Spaced radar stations and systems]. Moscow, Nauka i tekhnika, 1978, 184 p. (Rus)
2. *Voprosy podpoverkhnostnoi radiolokatsii* [Questions subsurface radiolocation]. Ed. by A.Yu. Grinev. Moscow, Radiotekhnika, 2005, 408 p. (Rus)
3. Finkel'shtein M.I., Mendel'son V.L., Kutev V.A. *Radiolokatsiya sloistykh zemnykh pokrovov* [Radiolocation layered earth covers]. Moscow, Sov. Radio, 1977, 174 p. (Rus)
4. Chernyak V.S. *Mnogopozitsionnaya radiolokatsiya* [The multiposition radiolocation]. Moscow, Radio i svyaz', 1993, 416 p. (Rus)
5. Puzyrev N.N. *Metody i obyekty seismicheskikh issledovaniy. Vvedenie v obshchuyu seismologiyu* [Methods and objects seismic investigations. Introduction to the general seismology]. Novosibirsk, Sibirskoe otdelenie Rossiyskoy akademii nauk, NITs OIGGM, 1997, 301 p. (Rus)
6. Rabinovich E.V., Turkin A.S., Novakovskii Yu.L. [Ground-based location of microseismic signals for hydraulic fracture monitoring]. *Proceedings of Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics*, 2012, no. 1(25), part 1, pp. 104-112. (Rus)
7. Shmakov F.D., Bortnikov P.B. [Solution of the inverse kinematic problem of locating the source of seismic radiation for horizontally layered medium]. *Vestnik Yugorskogo gosudarstvennogo universiteta*. 2011, iss. 3(22), pp. 107–111. (Rus)
8. Shmakov F.D., Bortnikov P.B., Kuz'menko A.P. [Modeling of location method parameters for the surface microseismic monitoring of hydraulic fracturing]. *Privolzhskii nauchnyi vestnik*, 2013, no. 3 (19), pp. 28-39. (Rus)
9. Yaskevich S.V., Duchkov A.A. [Comparison of accuracy of microseismic event location using surface and downhole acquisition systems]. *Tekhnologii seismorazvedki*, 2013, no. 3, pp. 43-51. (Rus)
10. Pozdnyakov E.K., Tkachenko V.N., Korotkov V.V. [Increase of accuracy of definition of coordinates by multiposition passive complexes on a basis of difference-distance measuring method and the problem solution in redundancy conditions]. *Radioelectronics and communications systems*, 2014, vol. 57, no. 9, pp. 18-28. <http://dx.doi.org/10.3103/S0735272714090027> (Rus)
11. Tkachenko V.N., Korotkov V.V., Pozdnyakov E.K. [Application of input data redundancy to the problem of target's position determination in passive multiposition systems]. *Nauka i tekhnika povitryanykh sil zbroinykh sil Ukrainy*, 2013, no. 4(13), pp. 64-67. (Rus)
12. Salikov A.A., Dubyikin V.P., Matveev B.V. [Determination coordinates of the radio source]. *Vestnik voronezhskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2011, vol. 7, no. 11, pp. 28-30. (Rus)
13. Borisov E.G., Mashkov G.M., Turnetskii L.S. [Organization process detection-measurements in active-passive multistatic radar with a cooperative signal reception] *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*, 2013, no. 3(140), pp.130-139. (Rus)
14. Velichko O.V., Krivokhata A.G. [The solution of the location problem in the area with the straight-line part of the border]. *Visnyk Ternopil'skogo natsional'nogo tekhnicheskogo universitetu*, 2009, vol. 14, no. 4, pp. 127-131. (Ukr)

РЕЦЕНЗЕНТЫ НОМЕРА

- Демьянчук Борис Александрович, докт. техн. наук, зав. кафедрой, Военная академия, г. Одесса
- Должиков Владимир Васильевич, докт. физ.-мат. наук, зав. кафедрой, Харьковский национальный университет радиоэлектроники
- Дружинин Анатолий Александрович, докт. техн. наук, профессор, Национальный университет «Львовская политехника»
- Ефименко Анатолий Афанасьевич, докт. техн. наук, зав. кафедрой, Одесский национальный политехнический университет
- Ёдгорова Дилбар Мустафаевна, канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, Физико-технический институт НПО «Физика-Солнце» АН РУз, г. Ташкент
- Зельк Ярема Игоревич, докт. техн. наук, главный научный сотрудник, Институт космических исследований НАНУ и НКАУ, г. Киев
- Лузин Сергей Юрьевич, докт. техн. наук, технический директор ООО «Эремекс», г. Санкт-Петербург
- Олих Ярослав Михайлович, докт. физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник, Институт физики полупроводников им. В. Е. Лашкарёва НАНУ, г. Киев
- Рыбка Александр Викторович, канд. физ.-мат. наук, Национальный научный центр Харьковского физико-технического института
- Сольский Иван Михайлович, канд. техн. наук, начальник отдела, НПП «Карат», г. Львов
- Сыворотка Игорь Михайлович, начальник отдела, НПП «Карат», г. Львов
- Томашик Василий Николаевич, докт. хим. наук, ученый секретарь, Институт физики полупроводников им. В. Е. Лашкарёва НАНУ, г. Киев
- Трофимов Владимир Евгеньевич, канд. техн. наук, доцент, Одесский национальный политехнический университет
- Фаст Владимир Николаевич, канд. техн. наук, доцент, Национальный университет «Львовская политехника»